emitem a opinião de que o assunto só poderá ser convenientemente esclarecido com a colaboração de fisiologistas e psiquiatras.

* * *

O Eng.º Almeida Torres, por sua vez, afirma a págs. 2 e 3, da obra já referida:

«Uma pequena referência à varinha de condão.

Esta pseudo-prospecção psico-fisiológica ou rabdomância (do gr. rhabdos, varinha, e manteia, adivinhação) na procura de jazigos minerais de nenhuma forma pode ser aconselhada.

O seu emprego só tem trazido dissabores e incertezas à prospecção pròpriamente dita.

Embora a varinha de condão se incline nas mãos de algumas pessoas, os resultados favoráveis, talvez casuais, são muito poucos, comparados com o grande número de insucessos, devendo contribuir para a imerecida fama, mesmo nos meios cultos, o silêncio feito sobre estes últimos.

Muito concorre para a confusão do problema da varinha de condão a fantasia e a inconsciência que os rabdomantes dão ao valor das suas observações.

Só com a cooperação do geólogo, do físico e do psicólogo se poderá caminhar para a resolução deste problema.

É realmente para lastimar que não seja conhecido um único engenheiro de minas ou geólogo que possua essa virtude singular de que se acham dotados os rabdomantes pois seriam incalculáveis os serviços que prestariam na procura de minerais.

É, talvez, na Alemanha onde se encontra o maior número de rabdomantes, a ponto de se ter fundado a associação «Verbrand zur Klaerung der Wunschelrutenfrage», destinada, como o seu título indica, ao esclarecimento do problema da varinha de condão.

O elevado número de rabdomantes neste país justifica-se pelo elevado número de sucessos, cuja explicação, porém, é fácil.

Com efeito, pelas condições climatéricas e geológicas da Alemanha, é muito mais difícil encontrar-se um local onde não haja água subterrânea do que onde ela falte, como afirma Beyschlag.»

* * *

Não posso deixar sem comentário o facto de não se ter encontrado até hoje nenhum geólogo ou engenheiro de minas «sensível» aos fenómenos radiestésicos.

Creio que, além de ao Eng.º Almeida Torres, a nenhum outro autor ocorreu a extraordinária importância de um argumento desta natureza.

Com efeito, pode afirmar-se sem receio que um único especialista que existisse dotado de tal poder seria na realidade um mágico que revolucionaria por completo a economia duma nação, quer pela simplicidade com que passariam a ser tratados os problemas de origem das águas quer, sobretudo, pela descoberta de novos e possìvelmente excelentes jazigos minerais até hoje virgens do contacto humano.

A prospecção mineira passaria a ser um jogo de crianças dispensando organizações complicadas e dispendiosas e aparelhagem de técnica altamente especializada mas cujos resultados são tantas vezes negativos.

5 — A radiestesia e a propaganda

Após as referências que acabo de fazer, tendo passado em revista as opiniões de algumas das maiores autoridades mundiais sobre matérias ligadas à Geo-hidrologia, apenas pretendo fazer mais duas citações que, entre alguns esclarecimentos, trazem um certo cunho humorístico e mostram que, a par das inúmeras aplicações que têm sido dadas à radiestesia, outra há que parece despontar: a propaganda.

Vejamos a primeira citação: Trata-se de um artigo publicado a págs. 207 e 208 do «Journal of the American Water Works Association», Fevereiro de 1950, e refere-se aos abastecimentos de água russos. Segundo Danilewski, membro da Academia das Ciências da U. R. S. S., enquanto que a varinha era empregada nos países ocidentais, na Russia, desde o século XVIII que ela era considerada como uma simples superstição.

* * *

A segunda citação diz respeito aos oito relatórios publicados por intermédio do «Conselho Internacional Interino de pesquisas sobre a zona árida», da UNESCO (1952) e nos quais se estudam os problemas da hidrologia das diferentes zonas áridas do Mundo e se passam em revista os métodos de prospecção empregados. Esses relatórios referem-se a Argélia, Marrocos Francês e Espanhol, Tunísia, Líbia, Sahara, Nigéria, Sudão, África Ocidental Francesa, Egipto, Eritreia, Somália Inglesa, Somália Italiana, Etiópia, União Sul

Africana, Angola, Turquia, Irão, Afganistão, Síria, Líbano, Israel, Jordânia, Iraque, Arábia, Yémen, Estados Unidos da América do Norte, Canadá, Argentina, Bolívia, Brasil, Chile, Colombia, Equador, Perú, Venezuela, México, Austrália, União Indiana, e Paquistão. Entre todos os delegados existe um — apenas um — que cita o emprego de processos radiestésicos. É o delegado de um país de tradições essencialmente misteriosas e supersticiosas e de civilização bastante atrazada, o que torna compreensível tal emprego. Esse país é a União Indiana.

6 — Alguns casos de pesquisas aconselhadas por radiestesistas

Na escolha dos exemplos que apresento a seguir tive o cuidado de pôr de parte todos os indivíduos que não pudessem considerar-se moralmente fora de suspeita. Assim, farei referência a pesquisas localizadas por dois eclesiásticos e por um licenciado em Direito. Destes três radiestesistas apontarei todos os casos de que tenho conhecimento directo ou informações dignas de toda a confiança.

Além dos que vou citar muitos outros fracassos deverão existir, evidentemente, mas o silêncio feito sobre eles não permite que se tornem fàcilmente conhecidos. Por outro lado, não quero pôr em dúvida — nem o poderia, de resto, — que haja resultados bons que desconheço: uns em formações irregulares, em percentagem correspondente à que daria o cálculo das probabilidades; outros, naquelas em que o insucesso é pràticamente impossível — e ver-se-á mais adiante que estas ocupam áreas bastante superiores às ocupadas pelas primeiras.

Contudo, até mesmo nestas formações o radiestesista tem insucessos, como veremos, desde que pretenda adivinhar profundidades e caudais. Estes insucessos, sem o devido controle, passariam, sem dúvida, por outros tantos «êxitos».

* * *

Para o abastecimento de água a uma importante fábrica nos Olivais, foram localizados 4 furos dos quais apenas foi executado aquele que radiestesista indicava como melhor.

Neste seriam encontrados «veios» às profundidades de 68 m, 113 m, 138 m, 154 m e 160 m, os quais forneceriam no conjunto 443 l/m, ou sejam cerca de 640 m3/dia.

Executada a perfuração, durante a qual se efectuaram medições rigorosas de caudal às profundidades indicadas, verificou-se a não existência de qualquer camada aquífera, onde o radiestesista as esperava. Apenas dos 90,60 aos 101,20 m se encontrou uma que forneceu sòmente 1,8 l/seg, ou sejam cerca de 160 m3/dia.

Ultrapassada a profundidade máxima indicada pelo radiestesista foi consultado um engenheiro de minas que após estudo hidrogeológico aconselhou o prosseguimento da perfuração prevendo que as camadas produtivas, do Burdigaliano médio, apareceriam pelos 220 m a 240 m. Estas apareceram desde os 200 m até aos 212 m e fornecerem um caudal de 4,6 l/seg, ou sejam 400 m3/dia.

* * *

Um furo executado para abastecimento de uma fábrica no concelho de Almada deveria captar água, segundo um radiestesista, ao 90 m de profundidade. Como tal não acontecesse, o radiestesista indicou, sucessivamente, as profundidades de 120 e 150 m como produtivas. Estas foram ultrapassadas sem resultado. Consultado, então, um antigo colector dos Serviços Geológicos, este resolveu finalmente o problema aconselhando a perfuração até aos 160 ou 190 a fim de captar o Helveciano, o que sucedeu pouco antes da primeira daquelas profundidades.

* * *

Para abastecimento de água às suas instalações necessitava uma importante instalação industrial em Cabo Ruivo, de obter caudal da ordem dos 80 l/seg. O engenheiro encarregado do estudo geo-hidrológico e de orientar as pesquisas aconselhou a captação nas camadas inferiores e médias do Miocénico, facto que se verificou com o primeiro furo, que forneceu 4,2 l/seg. Como o referido engenheiro declarasse que a ordem de grandeza do caudal captado em qualquer outro local seria a mesma, foi consultado um radiestesista que garantiu, em determinado sítio, a existência de 3 «veios» às profundidades de 96,60 m, 145,04 m e 184,00 m, admitindo para cada um destes valores um erro de $\pm$ 30 % (!). O furo deveria fornecer 65 l/seg. Levado à profundidade de 220 m forneceu 3,8 l/seg.

Execurado 3.º furo, outra vez sob a orientação do mesmo engenheiro, captou-se um caudal da ordem dos 8 l/seg.

* * *

O 3 exemplos que acabo de referir são daqueles em que o radiestesista transforma um «sucesso garantido» num verdadeiro fracasso. Se o radiestesista tivesse aconselhado apenas em qualquer dos 3 casos, a «furar até encontrar água», teria obtido 3 «sucessos» — *fosse qual fosse o local exacto,* entenda-se bem, *em que os furos fossem executados.* Com a indicação dos caudais e das profundidades, não podemos senão considerar os exemplos apresentados como outros tantos casos fracassados, e inglòriamente fracassados.

* * *

Durante as últimas pesquisas efectuadas para o abastecimento de água a uma vila do distrito de Évora foram executados 6 furos de sonda, um deles sob a orientação de um radiestesista e que forneceu o caudal de 0,4 l/seg. Os outros cinco furos, executados sob orientação de um geo-hidrologista, forneceram os seguintes caudais em litros por segundo: 0,2 — 0,2 — 1,5 — 1,2 — 0,5.

O furo aconselhado pelo radiestesista foi o primeiro a ser localizado e ocorre perguntar por que razão não foi o melhor de todos, tendo-se classificado apenas num modesto 4.º lugar, num total de 6.

Executado só por si, o furo teria sido um «sucesso» (sempre fornece 34 m3 dia) como de resto qualquer dos 5 restantes, ou outros que se executassem, dadas as características geo-hidrológicas locais — tonalitos muito pouco permeáveis — pois os sítios a pesquisar, como é usual em tais formações, foram indicados ao acaso, após escolha da zona a prospectar.

Não me restam dúvidas de que, nestas e noutras formações eruptivas, o radiestesista — como outros radiestesistas também — há-de contar por centenas os resultados idênticos a este e é inevitável que esses resultados, sem o devido controle, serão consideradas outros tantos sucessos.

* * *

Para o abastecimenta de água de uma vila do Baixo Alentejo foi consultado em 1945 pela Câmara Municipal um radiestesista que propôs, em relatório, os seguintes trabalhos, nas proximidades de um poço já existente:

1 — Abertura de duas valas, em ângulo recto, uma com 31 m e outra com 40 m, e de uma galeria com 27,5 m, que deveriam fornecer 122 m3/24 h. A execução destas obras forneceu apenas 35 m3/24 h;

2 — Abertura de outra galeria, com o compriprimento de 94 m, que deveria fornecer o caudal de 260 m3/dia — se o extremo da galeria ficasse a uma profundidade de 28,85 m em relação ao solo. Este trabalho não foi executado, em face do insucesso anterior.

Deve notar-se que os caudais que o radiestesista previa obter são absolutamente exagerados para as fracas condições geo-hidrológicas da região — litològicamente constituída por xistos argilosos — e de tal modo que já anteriormente um distinto Geólogo considerara impossível o abastecimento da vila a partir de águas subterrâneas, propondo como único recurso — que veio a adoptar-se — a captação das águas do rio Guadiana.

* * *

A conselho de um radiestesista executou-se em Beja, para o abastecimento de determinada instituição religiosa, um poço que foi levado até à profundidade de 26 m, tendo fornecido 15 m^3/dia.

Segundo o parecer do radiestesista, que elaborou um relatório, deveriam encontrar-se 5 «veios» ás profundidades de 14, 15, 16,5, 17 e 21 m, os quais forneceriam o caudal total de 200 m^3/dia.

Consultados os Serviços oficiais competentes estes pronunciaram-se pela impossibilidade de obter no local — por falta de bacia de alimentação — caudal apreciávelmente superior aos 15 m^3 captados.

* * *

Todos os exemplos citados até agora são da responsabilidade de um conhecido radiestesista de Évora. Do mesmo radiestesista são mais os casos seguintes:

1 — Um furo aberto até aos 120 m de profundidade, sem resultado, na Serra do Montejunto, para determinada entidade oficial. O radiestesista esperava captar aos 80 m.

2 — Um poço aberto numa propriedade do concelho de Alvito, em calcáreos sem vestígios exteriores de circulação, foi levado até aos 15 m sem qualquer resultado. A profundidade prevista pelo radiestesista era de 13 m mas os calcáreos apresentavam-se,

também dentro do poço, absolutamente compactos;

3—Um furo executado até cerca de 100 m de profundidade, através de formações eruptivas não alteradas, junto à Porta de Armas de determinado aquartelamento no distrito de Portalegre. À priori poderia concluir-se o insucesso;

4—Um poço aberto até á profundidade de 12,5 m e, no fundo dele, um furo com mais 40 m, para reforço do abastecimento de água, num importante concelho do distrito de Lisboa, sem êxito.

Foi o que pode considerar-se um «fracasso infeliz», pois a 10 m de distância há uma captação constituída por um poço com poucos metros de profundidade que fornece um caudal de cerca de 1.500 m^3/dia. Um furo aberto posteriormente, sob orientação dos serviços oficiais, interferiu com a captação e fornece sensìvelmente o mesmo caudal que ela;

5—Algumas pesquisas efectuadas, já há vários anos, sem êxito, para os abastecimentos de água a duas vilas do distrito de Aveiro e Castelo Branco;

6—Um furo, levado a mais de 130 m de profundidade, em tonalitos, com uma ligeira alteração superficial, numa propriedade particular nas proximidades de S. Manços, concelho de Évora. Forneceu um caudal insignificante muitíssimo abaixo do que o radiestesista prometia.

* * *

Para o abastecimento de água a uma instituição religiosa em Fátima, foi consultado um radiestesista suíço que indicou determinado local para abertura de um poço.

Os resultados foram nulos, como não podia deixar de ser em face das condições geo-hidrológicas locais: uma zona de topografia elevada donde as águas das chuvas que se infiltram são conduzidas através das fendas e cavernas dos calcáreos para pontos a cotas muito inferiores, centenas de metros abaixo, por onde se escoam ràpidamente.

* * *

Um radiestesista de Viseu propôs para o abastecimento de um concelho daquele distrito a execução de 7 galerias em flanco de encosta com as quais se obteria o caudal total de 7.000 m^3/24 h (!).

Vejamos como:

1—O prolongamento por mais 50,20 m de uma galeria já existente, na sede do concelho, encontraria 6 «veios» assim escalonados:

1.º a 8,20^m do extremo da galeria.
2.º a 8,00^m do 1.º
3.º a 6,00^m do 2.º
4.º a 9,00^m do 3.º
5.º a 8,00^m do 4.º
6.º a 11,00^m do 5.º

O caudal total seria de 25 l/seg — — 2.100 m^3/dia — (!);

2—Uma galeria a abrir a partir do fundo de um poço, numa povoação do concelho encontraria 3 «veios»:

1.º a 1,60 m do poço.
2.º a 36,60 m do 1.º
3.º a 12,80 m do 2.º

O caudal total a captar seria de 8 l/seg — — 700 m^3/dia — (!);

3—Uma vala a abrir a partir de um poço, noutra povoação, deveria fornecer 3,3 l/seg — 290 m^3/dia (!) — depois de ter cortado 2 «veios»:

1.º a 28,40 m do poço
2.º a 11,15 m do 1.º

4—O prolongamento de uma galeria existente, noutra povoação, por mais 6 metros, deveria fornecer 4 l/seg — 350 m^3/dia (!) — ;

5—Uma galeria com 94 metros de comprimento, a abrir noutro local, deveria cortar 5 «veios» que forneceriam no total 4 l/seg — — 350 m^3/dia — (!);

7—Uma galeria, ou vala, a abrir, noutro local, à profundidade máxima de 12,5 metros deveria cortar 12 «veios»:

1.º a 5 m do ponto de partida.
2.º a 10,00 m do 1.º
3.º a 10,60 m do 2.º
4.º a 7,90 m do 3.º
5.º a 6,90 m do 4.º

6.º a 7,90 m do 5.º
7.º a 6,60 m do 6.º
8.º a 5,50 m do 7.º
9.º a 6,80 m do 8.º
10.º a 7,20 m do 9.º
11.º a 5,00 m do 10.º
12.º a 14,00 m do 11.º

Obter-se-ia o caudal de 33 l/seg — — 2.880 m^3/dia (!).

Os valores previstos pelo radiestesista para cada um dos trabalhos variam entre 290 e 2.880 m^3/24 h (!), como se viu. Devo dizer que estes caudais, absolutamente fantásticos, nunca foram entre nós conseguidos por galerias. Por exemplo, uma das mais produtivas, que abastece o Fundão, constituindo um exemplo extraordinàriamente feliz, fornece em estiagem 300 m^3/24 horas. Quaisquer 50 a 100 m^3/dia já poderão ser considerados excelentes e raros em regiões graníticas mesmo excepcionalmente pluviosas, como, por exemplo, a serra da Estrela.

O caudal total de 7.000 m^3/dia que o radiestesista esperava captar excederia em 4 vezes o caudal necessário para todo o abastecimento e em 100 vezes todo o que fora até então conseguido em todas as pesquisas levadas a cabo no concelho.

Não foram executados todos os trabalhos, mas apenas os n.os 1 e 2, com os quais se obtiveram os normalíssimos caudais de 10 e 8 m^3/dia, respectivamente. As previsões, relembra-se, eram de 2.100 e 700 m^3/dia.

* * *

Finalmente citarei o caso de um fracasso que tem o seu quê de curioso. É de responsabilidade de um radiestesista que não conheço suficientemente para classificar como moralmente idóneo — o que não quer dizer que esteja a considerá-lo no campo oposto.

Durante a execução de um furo no Vale de Santarém, quando a perfuração se encontrava a cerca de 90 m de profundidade um radiestesista aconselhou a suspensão da furação por não encontrar no local o menor sinal de água. O furo prosseguiu, contudo, e 2 m abaixo encontrou uma camada aquífera que repuxou com o caudal de 15 l/seg.

7 — Causas da imerecida fama da radiestesia na prospecção das águas subterrâneas

De modo geral os diferentes autores apresentam, como vimos, para justificar a fama de que disfruta a radiestesia entre os leigos nas questões geo-hidrológicas, as razões seguintes: o acaso, algumas noções que certos radiestesistas têm de geo-hidrologia, o silêncio feito à volta dos insucessos e o facto de quase sempre ser mais difícil não obter água que obtê-la.

Eu poria o problema doutra forma, considerando como causa fundamental dessa imerecida fama a propalação de «êxitos» que mais não são que casos normais a par do silêncio feito à volta dos fracassos. Vejamos porquê.

Geo-hidrològicamente, poderiam classificar-se as diferentes formações agrupando-as em três categorias principais de que vou falar ràpidamente.

1 — De todos os especialistas na matéria é conhecida a regularidade com que certas formações geológicas fornecem caudais mais ou menos elevados. É o caso a que se refere na Alemanha, o Eng.º Almeida Torres, citando o Prof. Beyschlag, [1] como se viu atrás, e que entre nós se verifica em determinados terrenos terciários da bacia do Tejo, nas aluviões de certos rios nomeadamente o Tejo e o Mondego, no complexo gabro-diorítico de Beja e em várias outras zonas onde ocorrem formações detríticas ou mesmo calcárias.

O facto, confuso para os leigos na matéria, que desconhecem de modo geral a maneira como a água circula nas diferentes formações, transforma em «sucessos» resultados absolutamente normais. Basta lembrar que a escolha, pelos geo-hidrologistas, dos locais exactos de pesquisa nestas formações é feita puramente ao acaso. E, no entanto, os nossos sucessos são numerosíssimos, chegando-se a abandonar pesquisas que, em regiões menos favorecidas, seriam consideradas muito boas. Citarei, por exemplo, as pesquisas feitas para o abastecimento de água à cidade de Beja, levadas

[1] Antigo Director dos Serviços Geológicos Alemães em Berlim.

a cabo por furos de sonda. Dos 7 furos executados foram abandonados 2 que qualquer radiestesista não desdenharia aceitar como um dos seus sucessos na região, pois fornecem volumes diários da ordem dos 150 m^3.

No entanto o radiestesista faz questão de assinalar com uma estaca o ponto exacto que escolheu, facto que não pode deixar de nos fazer sorrir se nos lembramos que, quando por acidente um furo de pesquisa tem de se repetir 5 ou 10 m ao lado, os resultados obtidos são por via de regra concordes no furo abandonado e no aproveitado.

Porém, mesmo nas formações a que me estou referindo se podem apontar insucessos aos radiestesistas, sobretudo quando estes indicam as profundidades e os caudais que se irão captar, como já tive ocasião de mostrar mais atrás;

2— Se atentarmos no que se passa com as rochas graníticas ou geo-hidrològicamente semelhantes e com as xistosas — conjunto que no continente português domina preponderantemente — verificamos também a existência de um certo grau de regularidade. Efectivamente os caudais produzidos são sempre bastante pequenos mas, em contrapartida e até mesmo nos xistos — pavor de todos os geo-hidrologistas—, é pouco frequente que uma pesquisa resulte absolutamente estéril.

Portanto, são também fáceis aqui os êxitos — já que o interessado desconhece este pormenor (não faz mesmo a mínima ideia de como a água circula no terreno) e já que — facto de importância capital — a pesquisa aconselhada pelo radiestesista nunca foi submetida a uma simples medição de caudal! Mal se topa com a água — acontecimento aliás inevitável — abre-se uma válvula de escape para os receios e apreensões do interessado que, bem secundado pelos operários, dá largas à sua satisfação comunicando a todos o «sucesso». Talvez que alguns tempos mais tarde, quando se vir que na realidade o poço não é diferente de tantos outros da região o entusiasmo já tenha decrescido um tanto; mas nessa altura já se não fala no assunto.

Devo acrescentar que estes «sucessos» podem ser favorecidos, quanto à produtividade de captação, por dois factores: um, a influência que sobre o radiestesista exercem os sinais iniludíveis que a Natureza oferece da maior facilidade de acumulação de águas freáticas em certos pontos — e então o radiestesista, consciente ou inconscientemente, está a proceder a uma das fases de um estudo geo-hidrológico —; outro factor, a lei das probabilidades, a qual em caso algum deverá ser esquecida;

3— Finalmente, aquelas formações muito irregulares que, fornecendo caudais interessantes, por vezes até muito elevados, originam a par disso bastantes pesquisas fracassadas. Essas encontram-se, sobretudo, entre os sedimentos detríticos lenticulares e entre as rochas onde a água circula apenas ou fundamentalmente em fendas ou canais, de que os calcários são o exemplo típico; mas não deve esquecer-se que é entre os sedimentos detríticos e mesmo entre os calcáreos que se observam muitos casos, como já se frisou atrás, em que a regularidade das formações é de tal modo acentuada que as probabilidades de insucessos das pesquisas são mínimas, mesmo quando estas sejam conduzidas por leigos. Só um geo-hidrologista experimentado e conhecedor de determinada região poderá esclarecer se as formações ali ocorrentes, seja qual for a sua natureza, são regulares ou irregulares.

Quem quer que pretendesse verificar a eficácia da radiestesia na prospecção das águas subterrâneas deveria concentrar a sua atenção sobre os resultados obtidos em formações caracterìsticamente irregulares, dado que a lei do acaso — função, evidentemente, da extensão das lentilhas produtivas em relação às áreas estéries, ou função da densidade de fendas em superfície — já não poderia explicar só por si grande disparidade entre o número de sucessos e o de fracassos, se tal disparidade existisse. Os caudais captados não poderiam, evidentemente, deixar de medir-se, pois o simples e inevitável facto do aparecimento da água de modo nenhum poderia considerar-se um sucesso.

Deve, também, ter-se na devida conta que qualquer estudo tendente a averiguar as percentagens de «sucessos» e de fracassos só poderia fornecer valores dignos de crédito se fosse levado a cabo com experiências devidamente controladas, e nunca com base em informes colhidos, pois se é certo que a propaganda feita pelos radiestesistas e interessados sobre os «êxitos» — dependentes da lei do acaso — toma sempre um relêvo extraordinário, não é menos certo que os fracassos são votados a um inevitável e compreensível silêncio.

Com efeito, se, como já atrás ficou dito, o interessado manifesta exuberantemente a sua satisfação ventilando o sucesso, sempre que lhe surge oportunidade, já em face do fracasso ele se mostra menos comunicativo e de modo algum expontâneo, por um sentimento misto de desilusão, ou aborrecimento, e receio de críticas que lhe possam ser feitas. Por isso, os fracassos quase sempre se conhecem apenas quando os interessados, apesar de tudo, resolvam recorrer a um técnico. E é curioso e importante assinalar que, enquanto qualquer «sucesso» é largamente comentado na região e a ele se referem todos aqueles a quem falamos de pesquisas de águas, os insucessos raras vezes são mencionados ainda que na altura da execução das pesquisas deles tivesse havido conhecimento. É que os fracassos caem, sem dúvida, muito mais depressa no esquecimento.

Ora, se tivermos presente que é muito pequena a área ocupada pelas últimas formações a que me referi, isto é, as irregulares, em face da área ocupada pelas restantes — muito ou pouco produtivas mas regulares — verificamos que se justifica plenamente a afirmação que todos os geo-hidrologistas fazem frequentemente de que *quase sempre o mais difícil é não encontrar água.* Esse mesmo conceito exprimem os Serviços Geológicos de França ao afirmar que, ao acaso, há 8 probabilidades em 10 de acertar com o precioso líquido. E assim se explica porque razão é a prospecção de águas subterrâneas o mais vasto e «frutuoso» campo de aplicação da radiestesia.

Ao contrário do que tantas vezes se supõe, o problema do geo-hidrologista não é um problema de água mas de caudal; e este, ignoram-no, mais que os próprios radiestesistas, aqueles que, interessados ou não nas pesquisas, divulgam os seus pretensos sucessos.

8 — A concluir

Passei em revista os factos que contribuem para a imerecida fama da radiestesia: os «sucessos» que mais não são que resultados vulgaríssimos; a propaganda feita sobre eles a par do silêncio feito sobre os fracassos; as leis do acaso, não devendo esquecer-se que o mais difícil quase sempre é não encontrar alguma água; o conhecimento consciente ou insconsciente que os radiestesistas possuem dos sinais exteriores que revelam a presença de águas freáticas; enfim, a falta de controle sobre o que os radiestesistas consideram «sucessos», pois nem sequer se medem os caudais na quase totalidade dos casos.

Vimos, também, qual a opinião unânime de geólogos e engenheiros, alguns de renome mundial e verdadeiras autoridades na matéria; a opinião de serviços oficiais ou de entidades responsáveis: Serviços Geológicos Americanos, Alemães, Franceses, e, embora nas entrelinhas, também uma série numerosa de países citados no relatório da Unesco, a que me referi; membros das Academias de Ciências de França e da Rússia, e, finalmente, a opinião dos psicólogos com a sua explicação psico-fisiológica dos fenómenos radiestésicos — que os esclarece perfeitamente.

Contudo, devo confessá-lo, algumas dúvidas me restam que procurarei desfazer.

A Geofísica, tateando os seus primeiros passos nos domínios das águas subterrâneas, serve-se de aparelhagem mais ou menos complicada, em permanente evolução, com a qual se medem valores de determinadas variáveis. Na construção desta aparelhagem colaboram engenheiros de várias especialidades, além dos mais categorizados geofísicos.

Os valores assim medidos permitem a resolução de fórmulas cuja dedução, nem sempre simples, assenta em hipóteses — que nem sempre se verificam. Assim se consegue, em condições favoráveis, determinar profundidades de formações — que nunca caudais.

A título de simples curiosidade citarei, ao acaso, duas expressões resolventes:

Uma para o método eléctrico de resistividade:

$$\rho = 2\pi \frac{V}{I} \times \frac{1}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} - \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

onde:

ρ — resistividade
V — uma d. d. p.
I — uma intensidade de corrente
r_1, r_2, R_1, R_2 — distâncias

Outra para o método sísmico de refracção, para duas camadas horizontais:

$$d_2 = d_1 + \frac{X_2}{2}\sqrt{\frac{V_3 - V_2}{V_3 + V_2}} + d_1 \frac{\cos i - \cos \alpha}{\operatorname{sen} i \cos \beta}$$

onde:

d_1 — profundidade da primeira camada
X_2 — uma distância
V_2, V_3 — velocidades de propagação
i, α, β — funções das velocidade V_1, V_2, V_3.

Ora, no caso da radiestesia, como são medidos os valores das variáveis, dispondo-se apenas duma simples vara que se torce ou de um simples pêndulo que oscila suspenso da mão?

E quais são e como se deduzem as fórmulas que permitem determinar caudais e profundidades com o mesmo rigor com que se calculam as marés e os eclipses?

Eis as minhas dúvidas . . .

SUMMARY

The general opinion among geologists and engineers, some of great renown, is that there is no reason to justify dowsing in ground water prospection or in any other uses.

It is at present accepted that the cause of movement of divining instruments can only be explained by psicho-phisiological phenomena. Chevreul was the first who emitted such an opinion based upon some tests which he effectuated as a member of the «Académie des Sciences de Paris» in order to clear up the matter.

Several tests carried out by different authors prove that the number of «successes» obtained by dowsers is the one that could be expected from the theory of probabilities.

Regarding ground water, there are still two points which must not be overlooked: the knowledge that dowsers have about phreatic water Hydrology and, overall, the fact unknown by many, that nearly always it is much more difficult not to find water than to find it.

Nevertheless, even in those cases where anyone would easily have a great success garanted, some examples are appointed which can only be accepted as unsuccesses because the dowsers intended to divine the depths of aquifers and the yields of wells.

In other cases the divulgation of «successes» are quite unfounded as wells advised by dowsers are seldom tested.

Yet, it would be very surprising that geophysists could not yet have studied the most convenient apparatus for measuring the physical property supposed to be used by dowsers — if any existed —. And such apparatus would be of inestimable value since Geophysics is not yet well advanced in the matter of ground water prospection as can be seen from its still limited applications, the most of them looking only for structures, and from its still great number of failures.

It is also very astonishing the simpleness of divining — often computing depths and yields — versus to the complexity of formulas and apparatus used by geophysists, so often unsuccessfully.

BIBLIOGRAFIA

Escritt, L. B. — The Work of the Sanitary Engineer, 1949.

Heiland, C. A. — Geophysical Exploration. 1951.

Menelle, Maxime — Guide de l'Eau et de l'Assainissement. 1954.

Metz, André — Enquête sur la Radiesthesie. 1936.

Mistrangelo, Cláudio — Provvista e Distribuzione di Acqua Potabile. 1945.

Tolman, C. F. — Ground Water. 1937.

Torres, J. de Almeida — Prospecção e pesquisas mineiras. Separata do Boletim de Minas de 1934.

Annales. Ministère de l'Agriculture. Direction des Eaux et du Génie Rural. Mémoires et Notes Techniques. Documentation Française et Étrangére. Fasciculo 66. 1937.

Le Génie Civil — 30 de Maio de 1936.

Jornal do Médico — 21 de Março de 1953.

Journal of the Americon Water Works Association — Fevereiro 1950.

Science et Vie — Janeiro de 1956.

La Technique de l'Eau et de l'Assainissement — 15 de Julho de 1956.

Water Suply Paper 416 — 1917.

LÓGICA SIMBÓLICA

PELO ENG.º MECÂNICO (I. S. T.) ANTÓNIO GOUVÊA PORTELA

(Continuação)

2 — Cálculo Proposocional

2.1 — Vamos apresentar o sistema Rosser seguindo as regras referidas em *1 . 3*.

Assim, teremos:

A) *Símbolos Primitivos*

— Símbolos proposicionais — usaremos as letras maiúsculas com ou sem índices numéricos até à letra *O*, tais como A, A_2, B_1 . . . C_{15} . . .

— Variáveis proposicionais — usaremos as letras de *P* . . . a T com ou sem índices numéricos.

— Distinguiremos as letras da linguagem objectivo (Propria do Sistema), dos da metalinguagem, sublinhando as letras da linguagem objectiva.

— Símbolos operadores: Serão usados os seguintes (.) (—) e parênteses.
Os Símbolos operadores ligados a letras sublinhadas referem-se a linguagem objectiva.

B) *Critério formal* para distinguir as fórmulas bem formadas (F. B. F).

1— Qualquer Símbolo de proposição é uma F. B. F.

2— Se uma fórmula P for bem formada então $\overline{P}$ também é um F. B. F.

3— Se qualquer das fórmulas *P* e Q for bem formada, então P. Q também é uma F.B.F.

Portanto toda a fórmula da linguagem objectiva que não satisfaça às 3 regras acima indicadas não é uma F. B. F. nem linguagem.

C) Lista da F.B.F. que são os *axiomas* do Sistema. Em meta-linguagem os axiomas do Sistema Rosser são os seguintes:

1.º Axioma — $P \supset (P . P)$
2.º » — $(P . Q) \supset P$
3.º » — $(P \supset Q) \supset \left[\overline{(Q.\overline{R})} \supset \overline{(R.\overline{P})} \right]$

O Símbolo $\supset$ é uma forma reduzida que significa como já vimos o seguinte:

$$P \supset Q \rightarrow \left(\overline{P . \overline{Q}}\right)$$

Usou-se, para definir os axiomas, o símbolo $\supset$ para se tornar mais simples a sua interpretação, uma vez que o leitor já conhece o significado deste símbolo.

D) *Critério Formal para distinguir os argumentos válidos.*

a) A *regra* é a seguinte:

Se P e $P \supset Q$ então Q.
(Esta regra de inferência é o Mudus Ponens) e será designada por *Regra n.º 1* ou R 1.

b) Para demonstrar que Q é uma conclusão das Premissas é necessário proceder a uma sequência de expressões (S_1, S_2 . . . S_k) sendo qualquer dos S_i : ou uma das premissas do argumento ou um dos 3 Axiomas do sistema (C) ou resulta da aplicação da Regra de inferência (indicada em D), às premissas, aos axiomas, ou a qualquer S_h anterior a S_i na sequência.

a e *b* Constituem o critério Formal para distinguir argumentos válidos, e ao mesmo tempo serve para indicar como se procede a uma demonstração.

E) *Critério Formal para disringuir os Teoremas.*

Toda a demonstração válida de um argumento que tenha por premissas os axiomas do Sistema, terá por conclusão um *Teorema*.

Assim, se P_1 P_2 . . . P_n forem os Axiomas do Sistema e Q for a conclusão de um argumento válido, então será Q um Teorema.

Usaremos o símbolo $\vdash$ para distinguir as expressões que são conclusões de argumentos baseados em axiomas, das restantes conclusões e escreve-se

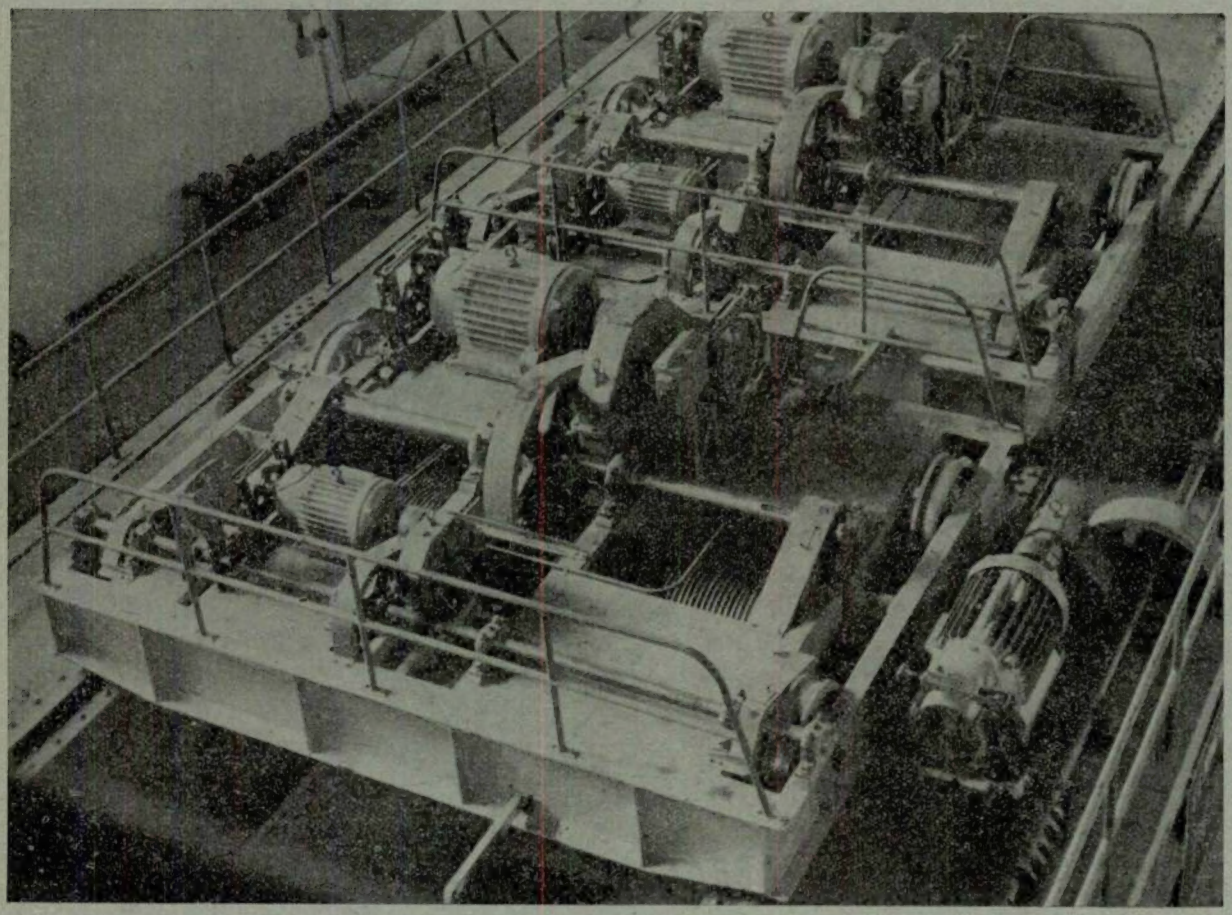
$$P_1 \ldots P_n \vdash Q$$

Nota: P_1 . . . P_n não são necessàriamente *todos* os axiomas do Sistema em geral serão apenas alguns dos axiomas do Sistema.

MAGUE

S. E. MONIZ DA MAIA & VAZ GUEDES, L.DA

Alverca — Portugal



PONTE ROLANTE ELÉCTRICA DE 120 TON.
Aspecto do carro

●

PROJECTO E FABRICO DE

PONTES ROLANTES
GUINDASTES
GRUAS, DERRICKS E GUINCHOS
APARELHOS DE ELEVAÇÃO ESPECIAIS
CONSTRUÇÕES METÁLICAS PESADAS

BP
BP
ENERGOL
VISCO-STATIC
MOTOR OIL
BP
ARRANQUE IMEDIATO
MELHORES REPRISES
MAIOR PROTECÇÃO

2.2 — *Desenvolvimento do Sistema Rosser*

Satisfeitas todas as condições exigidas para definir convenientemente um sistema lógico, resta agora *desenvolvê-lo*, isto é, deduzir *Teoremas* e *Regras de inferência derivadas* de modo a tornar possível a resolução de qualquer problema que puder ser solucionado por meio do Sistema.

O segundo objectivo a atingir é demonstrar que o sistema tem as *propriedades* requeridas e referidas em 1,5, ou seja:

Provar que o Sistema é:

Consistente
Completamente dedutivo
Dispõe de Axiomas independentes

Nota 1

Designaremos por *metateoremas* os teoremas deduzidos em metalinguagem.

Nota 2

Quadros da verdade

Na dedução e prova de algumas expressões, Metateoremas, etc., se lançará mão de *quadros da verdade*.

É necessário provar primeiro que é possível representar, com a Simbologia do Sistema, qualquer fórmula formada por força do quadro da verdade e que essa representação é um F. B. F. do Sistema.

A dificuldade prévia que nos propomos desde já levantar, é a seguinte:

Os símbolos $P_1 \ldots P_n$, Q etc. só podem ter um *valor determinado*.

Esta dificuldade levanta-se, afectando o Símbolo da letra pelo operador negativo (—) quando desejamos representar o valor contrário.

Assim $\begin{cases} \text{O valor verdade de } P_i \text{ será } P_i \\ \text{O valor falso de } P_i \text{ será } \overline{P_i} \end{cases}$

Ora tanto P_i como $\overline{P_i}$ são F. B. F. do Sistema segundo o critério B_2 e B_1 o que levanta a dificuldade prévia.

Metateorema 1 do Sistema Rosser.

«O Sistema R, é funcionalmente completo».

Nota:

A prova deste *meta*teorema, decorre em metalinguagem semântica (interpretativa) sendo o objecto de estudo o Sistema Rosser.

Para que o Sistema Rosser seja funcionalmente completo é necessário que qualquer função $f(P_1, P_2 \ldots P_n)$, sendo *n* qualquer, seja susceptível de ser expressa a partir de $P_1, P_2 \ldots P_n$ e dos símbolos operatórios previstos no Sistema Rosser (.) e (—).

Para tanto, bastará formar um quadro da verdade com *n* colunas iniciais e 2^n linhas, correspondentes a todas as combinações possíveis dos valores dos P.

P_1	P_2	...	P_n	$\vdash (P_1 \ldots P_n)$
V	V	...	V	
V	V	...	F	
.	.		.	
.	.		.	
.	.		.	
F	F	...	F	

A função f poderá ser: *a*) uma contradição
b) uma Tautologia
c) uma Contigência.

Estas 3 hipóteses esgotam todas as possibilidades.

a) Se f for uma *contradição*, então o resultado é sempre *Falso* e uma fórmula da forma $P_1 . \overline{P_1} . P_2 \ldots P_n$ representará uma contradição e, por outro lado, é um (F.B.F.) do Sistema Rosser (B_1, B_2 e B_3).
Fica assim provado que o Sistema Rosser representa cabalmente uma *contradição*.

b) Se f for uma *tautologia*, então o resultado é sempre *Verdadeiro* e uma fórmula da forma $\overline{(P_i . \overline{P_1} . P_2 \ldots P_n)}$ representa a negação duma contradição, é portanto uma tautologia e, por outro lado, é um (F.B.F.) do Sistema.

c) Se f for uma *contingência*, então três casos se podem dar:

c$_1$) No quadro da Verdade só uma linha é *Verdadeira*, todas as restantes *Falsas*.

Se essa linha verdadeira for:

A 1.ª linha a expressão, será: $P_1 . P_2 \ldots P_n$
2.ª » » » » : $P . P_2 \ldots \overline{P_n}$
. . . . . .
n.º » » » » : $\overline{P_1} . \overline{P_2} \ldots \overline{P_n}$

São todas F.B.F. do Sistema Rosser e fica assim provado c_1).

c_2) No quadro de Verdade só uma linha é *Falsa*, todas as restantes *Verdadeiras*.
Bastará usar o método empregado para provar c_1 e aplicar o símbolo da negação às expressões referidas.
Ficará assim provado c_2).

c_3) Contingências restantes, em que haverá mais que uma linha verdadeira e mais que uma Falsa.
Como nas contingências do tipo c_2 só uma linha é *Falsa*, e se na contingência do tipo c_3 forem falsas as linhas i, j, l, k, basta *conjuntar* as funções do tipo c_2 correspondentes às linhas i, j, l e k.
Com a prova dada para c_3 fica provado c e daí o meta-teorema I.
A prova decorreu em metalinguagem que é a linguagem adequada o interpretar o sistema em estudo.

Metateorema II

O Sistema de Rosser é *analítico*, isto é, se for $\vdash$ P então P será uma Tautologia.

Prova:

Usaremos o método de *indução forte* da *Regra n.º 1*.

a) P *resulta de uma só utilização da Regra n.º 1* (R 1).
A regra n.º 1 se foi usada uma vez é porque se aplicou aos *axiomas* que são tautologias. Por outro lado $S \supset P$ é uma tautologia. Portanto P terá de ser uma tautologia para que $S \supset P$ e S sejam tautologias.

b) P *resulta da aplicação de k vezes a Regra n.º 1 (R 1) sendo* $k < m$.
Seja dada uma conclusão P resultante de *m* aplicações de R 1.
Se P for um axioma então será P uma tautologia.
Se P não for um dos axiamas, resultará de axiomas e de $S \supset P$ pela aplicação de R 1 a uma expressão que já era o resultado de $(m - 1)$ aplicação de Regra n.º 1.
Novamente dois casos se podem dar ou a expressão anterior era um axioma e já vi- em *a*) que P será então uma tautologia, ou a expressão anterior provém da aplicação de R 1 a uma expressão que resultou de $m - 2$ aplicações de R 1 e assim sucessivamente até $(m - m + 1 = 1)$. Fica deste modo provado que P é uma tautologia no caso *b*).

c) Aplicando o método de *indução forte* a *b*) podemos concluir que se $\vdash$ P, pela aplicação de qualquer número de vezes da Regra n.º 1, então será P uma tautologia, o que é o mesmo que dizer qus o *Sistema é analítico*.

Corolário

O Sistema Rosser é *consistente*.

Prova:

Usaremos o critério de *Post* para definir a consistência do Sistema

$P . \overline{P}$ é uma fórmula (F.B.F) do sistema. Mas $P . \overline{P}$ é uma contradição e portanto não é uma tautologia. Daqui resulta que o sistema tem fórmulas bem formadas que não são teoremas (Tautologias), portanto o Sistema é consistente pelo critério de Post.

Regra derivada n.º 1 (R. D. 1)

$$P \supset Q,\ Q \supset R \vdash \overline{(\overline{R} . P)}$$

Demonstração:

S_1	$(P \supset Q) \supset [\overline{(Q . \overline{R})} \supset \overline{(\overline{R} . P)}$	Axioma 3(x)
S_2	$P \supset Q$	Premissa
S_3	$\overline{(Q . \overline{R})} \supset \overline{(\overline{R} . P)}$	Regra n.º 1
S_3	$(Q \supset R) \supset \overline{(\overline{R} . P)}$	
S_4	$(Q \supset R)$	Permissa
S_5	$\overline{(\overline{R} . P)}$ — Conclusão	

(x) A aplicação do Axioma 3 foi feita usando $\overline{R}$ em vez de R o que é perfeitamente legítimo, desde que se usa $\overline{R}$, em todas as ocorrências de R.

Teorema n.º 1 (T 1) $\vdash \overline{(\overline{P} . P)}$

Primeiro teorema a demonstrar, com efeito até aqui só provamos *metateoremas*.

Demonstração:

S_1	$P \supset P . P$.	Ax 1
S_2	$P . P \supset P$	Ax 2

S_3 $(P \supset (P . P)) \supset [\overline{(P . P . \overline{\overline{P}})} \supset \overline{(\overline{P} . P)}]$ Ax 3

S_4 $\overline{(P . P . \overline{\overline{P}})} \supset \overline{(\overline{P} . P)}$ | R 1

S'_4 $((P . P) \supset P) \supset \overline{(\overline{P} . P)}$ |

S_5 $\overline{(\overline{P} . P)}$ R 1

Teorema 2 $\vdash \overline{\overline{P}} \supset P$

Demonstração:

S_1 $\overline{P} \supset (\overline{P} . \overline{P}$ Ax 1

S_2 $(\overline{P} . \overline{P}) \supset \overline{P}$ Ax 2

S_3 $[\overline{P} \supset (\overline{P} . \overline{P})] \supset [\overline{(\overline{P} . \overline{P} . \overline{\overline{P}})} \supset \overline{(\overline{\overline{P}} . \overline{P})}]$ Ax 3

S_4 $\overline{(\overline{P} . \overline{P} . \overline{\overline{P}}} \supset \overline{(\overline{\overline{P}} . \overline{P})}$ R 1

S'_4 $[\overline{(\overline{P} . \overline{P})} \supset \overline{P} \supset \overline{(\overline{\overline{P}} . \overline{P})}$ definição de $(\supset)$

S_5 $\overline{(\overline{\overline{P}} . \overline{P})}$ R 1

S'_5 $\overline{\overline{P}} \supset P$ def. de $\supset$

Daremos em seguida uma série de teoremas sem a sua *demonstração*, mas apenas com a sua *prova*. Portanto usam-se teoremas e Regras derivadas já demonstradas anteriormente.

Teorema 3 $\vdash \overline{(Q . R)} \supset (R \supset \overline{Q})$

Prova:

$\vdash \overline{\overline{Q}} \supset Q$ — *Teorema 2*

$\vdash (\overline{\overline{Q}} \supset Q) \supset [(Q . \overline{R}) \supset (R . \overline{Q})]$ Ax 3

$\vdash \overline{(Q . R)} \supset \overline{(R . \overline{\overline{Q}})}$ R 1

$\vdash \overline{(Q . R)} \supset (R \supset \overline{Q})$ def.

Teorema 4 $\vdash R \supset \overline{\overline{R}}$

Prova: $\vdash \overline{(\overline{R} . R)} \supset (R \supset \overline{\overline{R}})$ Teorema 3

$\vdash \overline{\overline{R} . R}$ Teorema 1

$\vdash R \supset \overline{\overline{R}}$ R 1

Teorema 5 $\vdash (Q \supset P) \supset (\overline{P} \supset \overline{Q})$

Prova: $\vdash \overline{(Q . \overline{P})} \supset (\overline{P} \supset \overline{Q})$ Teorema 3

$\vdash (Q \supset P) \supset (\overline{P} \supset \overline{Q})$ def.

Vamos dar a seguir, uma série de Regras Derivadas (R . D), Teoremas e Corolários que não serão provados ou demonstrados deixando ao leitor esse encargo, por constituir um óptimo exercício, ao mesmo tempo que alivia a exposição e o desenvolvimento do sistema. Só provaremos os Metateoremas por ter um certo valor normativo.

R . D — 2 $(\overline{P} \supset \overline{Q}) \vdash (Q \supset P)$

R . D — 3 $(P \supset Q) \vdash [\overline{(R . P)} \supset (Q . R)]$

R . D — 4 $P \supset Q , R \supset S \vdash [\overline{(Q . S)} . P . R)]$

R . D — 5 $P \supset Q , Q \supset R , R \supset S \vdash (P \supset S)$

Teorema 6 $\vdash (R . \overline{\overline{P}}) \supset (P . R)$

» 7 $\vdash (P \supset P)$

» 8 $\vdash (R\ P \supset P\ R)$

R . D — 6 $P \supset Q , Q \supset R \vdash P \supset R$

Teorema 9 $\vdash \overline{(P . R)} \supset \overline{(R . P)}$

R . D — 7 $P \supset Q , R \supset S \vdash (P . R \supset O . S)$

Corolário 1 $(P \supset Q) \vdash ((P . R) \supset (Q . R))$

» 2 $R \supset S \vdash ((P . R) \supset (P . S))$

R . D — 8 $P \supset Q , P \supset R \vdash (P \supset (Q . R))$

Teorema 10 $\vdash [((P . Q) . R) \supset (P . (Q . R))]$

Corolário 1 $\vdash [(P . (Q . R)) \supset ((P . Q) . R)]$

R . D — 9 $P \supset R , Q \supset R \vdash [(P \vee Q) \supset (R \vee S))$

R . D — 10 $P \supset R , Q \supset R \vdash [(P \vee Q) \supset R]$

Teorema 11 $\vdash [(P \vee Q \supset (Q \vee P)]$

» 12 $\vdash \{[(P \vee Q) \vee R] \vee [P \vee (Q \vee R)]\}$

Corolário $\vdash \{[P \vee (Q \vee R)] \supset [(P \vee Q) \vee R)\}$

Teorema 13 $\vdash \{[P \supset (Q \supset R)] \supset [(P . Q) \supset R]\}$

» 14 $\vdash \{[(P . Q) \supset R] \supset [P \supset (Q \supset R)]\}$

R . D — 11 $P \supset Q , P \supset (Q \supset R) \vdash (P \supset R)$

Teorema 15 $\vdash [P \supset (Q \supset P\ Q)]$

» 16 $\vdash [P \supset (Q \supset P)]$

Metateorema IV

Se for $P_1, P_2, \ldots, P_n \vdash Q$, então será $P_1, P_2, P_3, \ldots P_{u-1} \vdash (P_u \supset Q)$.

Este teorema só pode ser provado depois de demonstrados os teoremas e as regras derivadas referidas anteriormente que vão ser aplicadas na sua prova.

Prova

1— Afirmar a validade do argumento significa que é possível demonstrá-lo, isto é, haverá uma sequência $(S_1, S_2 \ldots S_k)$ de formulas (F . B . F) tal que, qualquer S_i é: ou um dos axiomas do Sistema ou um dos P_i $(i = 1 \ldots u)$ ou resulta de sequências S anteriores a S_i, pela aplicação de R 1 e finalmente que S_k é Q.

2— Por outro lado, seja dada a sequência de F . B . F seguinte:

$$P_n \supset S_1 , P_n \supset S_2 , \ldots P_n \supset S_k$$

Se conseguirmos, antes de qualquer $P_n \supset S_i$, acrescentar uma F. B. F de tal modo que se obtenha uma sequência em que cada etape é:

ou uma axioma
ou um dos P_i $(i = 1 \ldots n)$
ou a consequência duma etape anterior pela aplicação de R 1.

Então, porque $P_n \supset S_k$, será $P_n \supset Q$ e ficará demonstrado que,

$$P_1, P_2, \ldots P_{n-1} \vdash (P_n \supset Q)$$

Indicado o Caminho, passemos a efectivação de Prova.

a) *$i = 1$*

Então haverá apenas que estudar uma só fórmula $P_n \supset S_1$.
Três sub-casos se podem dar, a saber:

$$\begin{cases} S_1 \text{ é um axioma} \\ S_1 \text{ é } P_i \ (i = 1 \ldots n-1) \\ S_1 \text{ é } P_n \end{cases}$$

a_1) *S_1 é um axioma*

Então pelo Teorema 16 será

$$\vdash [S_1 \supset (P_n \supset S_1)]$$

Esta expressão e S_1 permite concluir, pelo R 1, que será $P_n \supset S_1$. Portanto toda a sequência até $P_n \supset S_1$ (inclusivé) demonstra que será $\vdash P_n \supset S_1$ e finalmente será $P_1, P_2, \ldots, P_{n-1} \vdash (P_n \supset Q)$.

a_2) *S_1 é P_i* $(i = 1 \ldots n-1)$

Aplicando o mesmo Teorema 16, obter-se-á que $S_1 \vdash (P_n \supset S_1)$ (S_1 já não é um axioma). Mas porque S_1 é um P_i $(i = 1 \ldots, n-1)$ ficará demonstrado que $P_1, P_2, \ldots P_{n-1} \vdash (P_n \supset Q)$.

a_3) *S_1 é P_n*

Invocar-se-á o Teorema 7 $\vdash P_n \supset P_n$, de que resulta ser $\vdash P_n \supset S_1$ e ficará assim demonstrado que

$$P_1, P_2 \ldots P_{n-1} \vdash (P_n \supset S_1)$$

b) *$i > 1$*

Admitamos que está feita a demonstração seguinte:

$$P_1, P_2, \ldots P_{n-1} \quad (P_n \supset S_{j-1})$$

sendo j arbitrário é sempre possível atingir este objectivo. Sendo $j < k$.
Vamos demonstrar por indução fraca que á partir desta demonstração, se pode demonstrar que

$$P_1, \ldots, P_{n-1} \vdash (P_n \supset S_j)$$

Para tal ha que prever as seguintes hipóteses

S_j é um axioma
S_j é um P_i $(i = 1 \ldots u-1)$
S_j é P_n
S_j resulta da aplicação de R 1, a etapes anteriores.

b_1) *S_j é um axioma*

Do Teorema 16 $\vdash [S_j \supset (P_n \supset S_j)]$ e de S_j, pela aplicação de R 1, resulta ser

$$P_n \supset S_j \text{ . q. e. d.}$$

b_2) *S_j é um dos P_i* $(i = 1 \ldots u-1)$

Procede-se como em b_1.

b_3) *S_j é P_n*

Invocar-se-há o Teorema 7 $\vdash (P_n \supset P_n)$ que se aplica $\vdash (P_n \supset S_k)$. q.e.d.

b) *S_i* resulta da aplicação de R_1, a sequências anteriores, por exemplo

$$S_h \text{ e } S_e \text{ sendo } \begin{cases} h < j \\ e < j \end{cases}$$

e ainda $S_e \supset S_j$

Ora admitimos em *b* que a demonstração está feita até $P_n \supset S_e$ e $P_n \supset (S_e \supset S_j)$. Aplicando a R. D 11 teremos:

$$P_n \supset S_e, \ P_n \supset (S_e \supset S_j) \vdash (P_n \supset S_j)$$

e daí ficar demonstrado que:

$$P_1, P_2, \ldots P_{n-1} \vdash (P_n \supset S_j)$$

c) Aplicando agora o método da *indução fraca*, podemos concluir que é sempre possível

prolongar a sequência de demonstração até atingir $P_n \supset S_k$ e portanto $P_n \supset Q$, o que demonstra o Metatorema III.

Corolário: Se $P \vdash Q$ então $\vdash (P \supset Q)$

Teorema 17 $\vdash P \supset (Q \vee P)$
Corolário $\vdash P \supset (P \vee Q)$
Teorema 18 $\vdash (P \vee Q) . R \supset [(R . R) \vee (Q . R)]$
Regra Derivada 12 $(P \supset \overline{Q}) \vdash (P \supset \overline{(Q . R)})$
» » 13 $(P \supset \overline{R}) \vdash (P \supset \overline{(Q\ R)})$
» » 14 $P, Q \vdash P . Q$
Teorema 19 $\vdash (P \equiv \overline{\overline{P}})$
Regra Derivada 15 $(P \equiv Q) \vdash (\overline{P} \equiv \overline{Q})$
Regra Derivada 16 $P \equiv Q, R \equiv S, \vdash [(P.R) \equiv (Q.S)]$

Metatorema IV (Teorema de Substituição)

Sejam dadas as seguintes F.B.F. contendo apenas os símbolos:

$$P_1, P_2 \ldots P_n \quad e \quad Q$$

Seja S uma F.B.F com os símbolos seguintes:

$$P_i \ (i = 1 \ldots n), \quad Q, \quad \cdot, \quad -,$$

Seja S* uma F.B.F. que resulta de S pela substituição de todas as ocorrências de Q por R. Então será $(Q \equiv R) \vdash (S \equiv S^*)$.

Prova

Vamos designar por *ocorrência* qualquer dos símbolos que pode constituir S, ou seja:

$$Q, \ P_i \ (i = 1 \ldots u), \quad -, \quad \cdot :$$

Os seguintes casos são de encarar e esgotam completamente todas as possibilidades.

a) *O número de ocorrências é* 1

Então essa ocorrência ou é P_i ou Q.

a_1) *S é Q*

então será $(Q \equiv R) \vdash (Q \equiv Q)$ e daí $(Q \equiv R) \vdash (S \equiv S^*)$.

a_2) *S é P_i*

Então pelo Teorema 7 será $\vdash (P_i \equiv P_i)$ e pelo R.D 14 será $\vdash (S \equiv S^*)$ e então $(Q \equiv R) \vdash (S \equiv S^*)$.

b) Vamos *admitir* que o Metateorema está demonstrado para S contendo $k < n$ Símbolos (ocorrencias). Sendo k arbitrário.
Vamos considerar outro S_n que contenha n símbolos (sendo $n > 1$).
A fórmula de S_n terá uma de duas formas $\overline{S_i}$ ou $S_i . S_j$.

b_1) *S_n tem a forma de $\overline{S_i}$*

Se assim for terá S_i *n* símbolos e S_i terá $(n-1)$ símbolos.
Pela hipótese admitido em b) será então

$$(Q \equiv R) \vdash (S_i \equiv S_i^*)$$

Sendo S_i^* o resultado da Substituição em S_i de todas as ocorrências de Q por R. Mas pela R.D.15 será

$$(S_i \equiv S_i^*) \vdash (\overline{S_i} \equiv \overline{S_i^*})$$

Mas como S_n^* é exactamente S_i^* temos finalmente $(Q \equiv R) \vdash (S_n \equiv S_n^*)$.

b_2) *S_n vem a forma de $S_i . S_j$*

Tanto S_i como S_j terão menos de *n* símbolos e pela hipótese admitido em b) será:

para ambos: $\begin{cases} (Q \equiv R) \vdash (S_i \equiv S_i^*) \\ (Q \equiv R) \vdash (S_j \equiv S_j^*) \end{cases}$

Pela R.D 16 será:

$$S_i \equiv S_i^*, \ S_j \equiv S_j^* \quad \vdash ((S_i . S_j) \equiv (S_i . S_j))$$

Mas como admitimos que S_n é da forma $S_i . S_j$, conclui-se finalmente

$$(Q \equiv R) \vdash (S_n \equiv S_n^*)$$

c) A partir de $(Q \equiv R) \vdash (S_n \equiv S_n^*)$ e por *indução forte* concluimos que será:

$$(Q \equiv R) \vdash (S \equiv S^*)$$

Corolário

Se Q, R, S e S* estiverem nas condições do Metateorema IV, então teremos:

$$(Q \equiv R), S \vdash S^*$$

R.D — 17 $P \supset Q, \overline{Q} \vdash \overline{P}$
R.D — 18 $(P \vee Q), \overline{P} \vdash Q$

R . D — 19 $(P \supset Q) . (R \supset S), P \vee R \vdash (Q \vee S)$
R . D — 20 $(P \supset Q) \ (R \supset S), (\bar{Q} \vee \bar{S}) \vdash (\bar{P} \vee \bar{R})$
R . D — 21 $P . Q \vdash P$
Corolário $P . Q \vdash Q$
R . D — 22 $P \vdash (P \vee Q)$
Teorema 20 $\vdash [(P \vee Q) \equiv (Q \vee P)]$
» 21 $\vdash [(P . Q) \equiv (Q . P)]$
» 22 $\vdash \{[P \vee (Q \vee R)] \equiv [((P \vee Q) \vee R]\}$
» 23 $\vdash \{[P . (Q . R)] \equiv [(P . Q) . R]\}$
» 24 $\vdash [(P \supset Q) \equiv (\bar{Q} \supset \bar{P})]$
» 25 $\vdash \{[(P . Q) \supset R] \equiv [P \supset (Q \supset R)]\}$
» 26 $\vdash [P \equiv (P . P)]$
Corolário $\vdash [P \equiv (P \vee P)]$
» 27 $\vdash [\overline{(P . Q)} \equiv (\bar{P} \vee \bar{Q})]$
» 28 $\vdash [\overline{(P \vee Q)} \equiv (\bar{P} . \bar{Q})]$
» 29 $\vdash [(P \supset Q) \equiv \bar{P} \vee Q)]$
» 30 $\vdash \{[P . (Q \vee R)] \equiv [(P . Q) \vee (P . R)]\}$
» 31 $\vdash \{(P \equiv Q) \equiv [(P . Q) \vee (\bar{P} . \bar{Q})]\}$
» 32 $\vdash \{[P \vee (Q . R)] \equiv [(P \vee Q) . (P \vee R)]\}$

Metateorema V

Sejam $P_1, P_2 \ldots P_n$ F.B.F.

Sejam Q e R duas F.B.F construída a partir de $P_1, P_2 \ldots P_n$ por meio do Símbolo (.).

Se cada P_1. (i = 1 . . . ou) ocorrer apenas 1 vez em qualquer das fórmulas de Q ou R, *então* será $\vdash (Q \equiv R)$

Prova:

a) $n = 1$
Então Q e R são idênticos a um qualquer dos P_i e pela R.D 14 e Teorema 7, será $\vdash (Q \equiv R)$

b) $n > 1$
Vamos admitir por hipótese que o Metateorema V é válido até k sendo $k < n$.
Vamos admitir ainda que tanto Q como R são construídos por todos os P_i variando $i = 1 \ldots n$:
Sendo assim podemos dizer que a estructura de Q é S.T e a de R é x.y.
Tendo S, T, x e y menos de n factores P_i.
4 casos podem dar-se:

b₁) Há termos comuns a S e x.
Designaremos S_x a *conjunção* desses termos comuns.

b₂) Há termos comuns a S e y.
Seja S_y a conjunção desses termos comuns.

b₃) Há termos comuns a T e x.
e seja T_x a conjunção desses termos comuns.

b.) Há termos comuns a T e y.
e seja T_y a conjunção desses termos comuns.
Estes 4 casos podem ser conjugados de 6 modos diferentes e vamos fazer a *prova* para um deles, as restantes provas efectuar-se-iam dum modo idêntico e por isso vamos omití-las.
Admitamos que só existem S_x e t_y. Isto significa que S_x e X têm os mesmos termos e que T_y e y tem também os mesmos termos.
Será então S_n idêntico a S
e T_n » a T
e pela hipótese *b*) será $\begin{cases} \vdash (S \equiv x) \\ \vdash (T \equiv y) \end{cases}$
e pela Regra Derivada 16 será

$$\vdash ((S . T) \equiv (x . y)$$

e finalmente $\vdash (Q \equiv R)$.

a) Por *indução forte*, se for $\vdash (Q \equiv R)$ para $k < n$, também será $\vdash Q \equiv R)$ para *n* qualquer.

O Metateorema V é também chamado «Princípio Geral de *Associação* e *comutação* das *conjunções* (.) ».

Metateorema VI

Seja $P_1, P_2 \ldots P_n$ F.B.F.

Seja Q e R duas F.B.F. construídas a partir de $P_1, P_2 \ldots P_n$ por meio do Símbolo (v).

Se cada P_i (i = 1 . . . n), ocorrer apenas 1 vez em qualquer das fórmulas Q e R, então será

$$\vdash (Q \equiv R)$$

Prova: é decalcada da prova do Metateorema V e por isso se omite.

O Metateorema VI é também chamado «Princípio Geral da *Associação* e *comutação* das *disjunções* (v).

Metateorema VII

Seja Q a soma lógica (ou disjunção) de $P_1, P_2, \ldots P_n$.
Seja S a soma lógica de $P_1 . R_1, P_2 . R_2 \ldots P_n . R_n$.
Então será $\vdash (Q . R \supset S)$.

Prova:

a) Seja $n = 1$

Será Q igual a P_j e Q.R igual a P_j . R e S será P_j . R (só há uma disjunção).

Pelo teorema 7 será $\vdash [(P_j . R) \supset (P_j . R)]$ ou seja $[(Q . R] \supset S]$

b) Seja $n > 1$

Vamos admitir que o Metateorema VI é aplicável a k termos, sendo $k < n$.

Seja Q a disjunção (soma lógica) dos termos $P_1, P_2 \ldots P_{k+1}$ e S a disjunção (soma lógica) dos termos $P_1 . R, P_2 . R, \ldots P_{k+1} . R$, teremos então:

1) $\vdash \{[(P_1 \vee P_2 \vee \ldots \vee P_k) . R] \supset [((P_1 . R) \vee \vee (P_2 . R) \vee \ldots \vee (P_k . R))]\}$

pela hipótese *b* (Metateorema VI)

2) $\vdash [(P_{k+1} . R) \supset P_{k+1} . R)]$ Teorema 7)

3) $\vdash \{[(P_1 \vee P_2 \vee \ldots \vee P_k) . R] \vee (P_{k+1} . R)\} \supset$
$\supset \{[(P_1 . R) \vee (P_2 . R) \vee \ldots \vee (P_k . R)] \vee (P_{k+1} . R)\}$

pela regra Derivada 9

4) $\vdash \{ \quad \} \supset [(P_1 . R_1) \vee (P_2 . R) \vee \ldots (P_{k+1} . R)]$

Metateorema V I

5) $\vdash \{[(P_1 \vee P_2 \ldots P_k) \vee P_{k+1}] . R\} \supset \{[(P_1 . R) \vee \vee (P_2 . R) \vee \ldots \vee (P_k \vee R)] \vee (P_{k+1} . R)\}$

pelo Teorema 18 aplicado a 3

6) $\vdash \{[(P_1 \vee P_2 \ldots P_k) \vee P_{k+1}] . R\} \supset [(P_1 . R) \vee \vee (P_2 . R) \vee \ldots \vee (P_{k+1} . R)]$

pela regra Derivada V

7) $\vdash \{P_1 \vee P_2 \vee \ldots \vee P_{k+1}) \equiv [(P_1 \vee P_2 \vee \ldots \vee P_k) \vee P_{k+1}]\}$

Pelo Metateorema VI

8) $\vdash [(P_1 \vee P_2 \vee \ldots \vee P_{k+1}) . R] \supset$
$\supset [(P_1 . R) \vee (P_2 . R) \vee \ldots \vee (P_{k+1} . R)]$

Pelo Metateorema IV (corolairo)

9) $\vdash ((Q . R) \supset S)$ para $k + 1$ teremos

c) *Por indução fraca* se conclui ser $\vdash [(Q . R) \supset S]$ para qualquer n.

Metateorema VIII

Efectuemos todas as Combinações possíveis dum quadro de Verdade com n colunas iniciais e Representemos por

Q_1 a conjugação $P_1 . P_2 . \ldots . P_n$

Q_2 » » $P_1 . P_2 . \ldots . \overline{P}_n$

. . . . . .

$Q_2 n$ » » $\overline{P}_1 . \overline{P}_2 . \ldots . \overline{P}_n$

então será $\vdash (Q_1 \vee Q_2 \vee \ldots \vee Q_2 n)$.

Prova:

a) $n = 1$

Será então $2^n = 2$ e $\begin{cases} Q_1 \text{ será } P_1 \\ Q_2 \quad » \quad \overline{P}_1 \end{cases}$

e então

$\vdash [\overline{P}_1 \vee P_1]$ Teorema 2

$\vdash [(\overline{P}_1 \vee P_1) \supset (P_1 \vee \overline{P}_1)]$ Teorema 11

$\vdash (P_1 \vee \overline{P})$ R 1

e finalmente $\vdash (Q_1 \vee Q_2)$.

b) $n > 1$

Vamos admitir que o Metateorema VIII está provado para $P_1 \ldots P_k$, sendo $n < n$.

Formemos o quadro de Verdade com 2^k linhas e designemos por

$Q_1 \rightarrow P_1 . P_2 \ldots . P_k$

. . . . . .

$Q_2{}^k \rightarrow \overline{P}_1 . \overline{P}_2 \ldots . \overline{P}_k$

Consideremos o quadro correspondente a P_1, $P_2, \ldots P_{k+1}$ e as respectivas conjunções Q'_1, $Q'_2 \ldots Q'_{2k+1}$ e teremos:

$\vdash (Q_1 \vee Q_2 \ldots \vee Q_2 k)$ hipótese b

$\vdash (\overline{P}_{k+1} \vee P_{k+1})$ Teorema 2

$\vdash [(\overline{P}_{k+1} \vee P_{k+1}) \supset (P_{k+1} \vee \overline{P}_{k+1})]$ » 11

$\vdash (P_{k+1} \vee \overline{P}_{k+1})$ R 1

$\vdash [(P_{k+1} \vee \overline{P}_{k+1}) . (Q_1 \vee Q_2 \ldots \vee Q_2 k)]$ R.D 14

$\vdash [\quad] \supset \{(P_{k+1} \vee (Q_1 \vee Q_2 \ldots \vee Q_2 k)] \vee \vee [\overline{P}_{k+1} \vee (Q_1 \vee Q_2 .:. \vee Q_2 k)]\}$ Téorema 18

$\vdash \{[P_{k+1} \vee (Q_1 \vee Q_2 \vee \ldots \vee Q_2 k)] \vee \vee [\overline{P}_{k+1} \vee (Q_1 \vee \ldots \vee Q_1 k)]\}$ R 1

$\vdash \{P_{k+1} \vee (Q_1 \vee \ldots \vee Q_2 k)] \equiv$
$\equiv [(Q_1 \vee Q_2 \vee \ldots \vee Q_1 k) \vee P_{k+1}]\}$ Téor. 21

$\vdash \{[(Q_1 \vee \ldots \vee Q_2 k) . P_{k+1}] \vee \vee [\overline{P}_{k+1} . (Q_1 \vee \ldots Q_2 k)]\}$ M. T. IV (Corol)

$\vdash [\overline{P}_{k+1} . (Q_1 \vee \ldots \vee Q_2 k)] \equiv$
$\equiv [(Q_1 \vee \ldots \vee Q_2 k) . \overline{P}_{k+1}]$ Téor. 21

$\vdash \{[(Q_1 \vee \ldots \vee Q_2 k) . P_{k+1}] \vee \vee [(Q_1 \vee \ldots \vee Q_2 k) . \overline{P}_{k+1}]\}$ M. T. IV (Corol)

$\vdash \{[(Q_1 \vee \ldots \vee Q_2 k) . P_{k+1}] \supset$
$\supset [(Q_1 . P_{k+1}) \vee .. \vee (Q_2 k P_{k+1})]\}$ M. T. VII

$\vdash [(Q_1 \vee \ldots \vee Q_2 k) . \overline{P}_{k+1}] \supset$
$\supset [(Q_1 . \overline{P}_{k+1}) \vee \ldots \vee (Q_2 k \overline{P}_{k+1})]$ »

$\vdash [\{[(Q_1 \vee \ldots \vee Q_2 k) . P_{k+1}] \vee$

$\vee [(Q_1 \vee \ldots \vee Q_2 k) . \overline{P}_{k+1}]\} \supset$

$\supset \{[(Q_1 . P_{k+1}) \vee \ldots \vee (Q_2 k . P_{k+1})] \vee$

$\vee [(Q_1 . \overline{P}_{k+1}) \vee \ldots \vee (Q_2 k \overline{P}_{k+1})]\}]$ R. D. 9

$\vdash \{[(Q_1 . P_{k+1}) \vee \ldots \vee (Q_2 k . P_{k+1})] \vee$

$\vee [(Q_1 . \overline{P}_{k+1}) \vee \ldots \vee (Q_2 k . \overline{P}_{k+1})]\}$ R. 1

$\vdash [(Q_1 . P_{k+1}) \vee \ldots \vee (Q_2 k . P_{k+1})] \vee$

$\vee [(Q_1 . \overline{P}_{k+1}) \vee \ldots \vee Q_2 k . \overline{P}_{k+1})] \equiv$

$\equiv [(Q_1 . P_{k+1}) \vee \ldots \vee (Q_2 k . P_{k+1}) \vee$

$\vee (Q_1 . \overline{P}_{k+1}) \vee \ldots \vee (Q_2 k . \overline{P}_{k+1})]$ M. T. VI

$\vdash [(Q_1 . P_{k+1}) \vee \ldots \vee (Q_2 k . P_{k+1}) \vee$

$\vee (Q_1 . \overline{P}_{k+1}) \vee \ldots \vee (Q_2 k . P_{k+1})]$ M. T. IV

Corolario

obtivemos assim as 2^{k+1} conjunções Q'_i do quadro da verdade de $(k + 1)$ colunas iniciais correspondentes a $P_1, P_2 \ldots P_{k+1}$ e daí finalmente

$$\vdash (Q'_1 \vee Q'_2 \vee \ldots \vee Q'^{k+1}_2)$$

c) Agora por *indução fraca*, podemos afirmar que, para qualquer *n*, será

$$\vdash Q_1 \vee Q_2 \vee \ldots \vee Q_2^n$$

Metateorema IX

Representemos por Q_j o resultado de uma linha de um quadro de verdade de *n* colunas iniciais $(P_1, P_2 \ldots P_n)$.

Seja S uma F.B.F. qualquer constituída apenas por P_i $(1 < i < n)$.

Teremos:

ou Q_j é *Verdade* para S, e será $\vdash (Q_j \supset S)$

ou Q_j é *Falso* para S, e será $\vdash (Q_j \supset \overline{S})$

Prova:

Definiremos ocorrência, tanto aos símbolos P_i como $(\cdot)$ ou $(-)$.

a) $n = 1$

Será então um Símbolo *único* e portanto será P_i $(1 < i < n)$.

a.1) Q_j dá o valor *Verdade* a S e seja S representado por P_i.

Designando por R a conjunção de todos os factores menos P_i, será, pelo Metateorema V $\vdash [Q_j \supset (P_i . R)]$

mas $\vdash [(P_j . R) \supset P_i]$ Ax. 2

$\vdash [Q_j \supset P_i]$ R.D.6

e finalmemente $\vdash (Q_j \supset S)$ q.e.d

a.2) Q_j dá o valor *Falso* a S, e seja S representado por $\overline{P}_i$ $(1 < i < n)$.

Temos igualmente $\vdash [Q_j \supset (\overline{P}_i . R)]$

e $\vdash [(\overline{P}_i . R) \supset \overline{P}_i]$ Ax. 2

$\vdash [Q_j \supset P_i]$ R.D.6

e finalmente $\vdash [Q_j \supset \overline{S})$ q.e.d

b) $n > 1$

Admite-se que o M. T. IX está provado para $k < n$ ocorrências.

Então S terá uma de duas formas

ou $S_1 . S_2$

ou $\overline{S}_3$

b.1) *S tem a forma* $S_1 . S_2$

b.1.1) Q_j dá um valor Verdade a S então para que S tenha o valor Verdade será necessário que S_1 e S_2 sejam Verdades. (Conjunção)

mas $\vdash (Q_j \supset S_1)$ hipótese b.1.1)

$\vdash (Q_j \supset S_2)$ » b.1.1)

$\vdash [Q_j \supset (S_1 . S_2]$ R. D. 8

e finalmente $\vdash (Q_j \supset S)$ q.e.d

b.1.2) Q_j dá um valor *Falso* a S então ou S_1 ou S_2 serão falsos.

Seja S_1 falso, então será

$\vdash (Q_j \supset \overline{S}_1)$ hipótese b.1.2)

$\vdash (Q_j \supset (S_1 . \overline{S}_2))$ R. D. 12

e finalmente $\vdash (Q_j \supset \overline{S})$ q.e.d

Seja S_2 falso, idênticamente teremos $\vdash (Q_j \supset \overline{S})$.

b.2) *S tem a forma* $\overline{S}_3$

b.2.1) Q_j dá um valor Verdade a S, então será Falso S_3

mas $\vdash (Q_j \supset \overline{S}_3)$ pela hipótese b.2)

$\vdash (Q_j \supset S)$ q.e.d

EMPRESA NACIONAL DE APARELHAGEM ELECTRICA

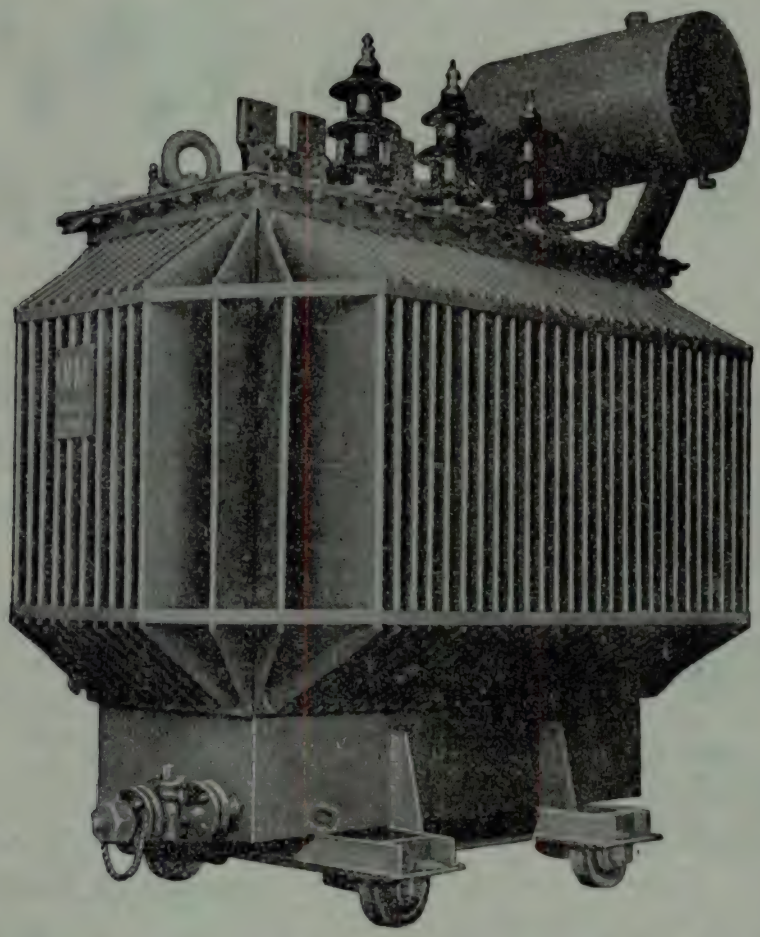
S. A. R. L.

AV. 24 DE JULHO, 158 — LISBOA

TRANSFORMADORES

ENAE

Licença SIEMENS-SCHUCKERT



Tipo sKOU 753w/20, de 750 kVA, 15.000 ± 2,5 ± 5 % V / 400-231/V, ligações Dy 5
construído para a Central da Bouçã, da H. E. Z.

GAMA DE POTENCIAS: 5 a 1000 kVA — TENSÕES ATE 35 KV

Obedecendo às regras VDE 0532 para transformadores

Séries normal e rural, de perdas reduzidas, e especial, de perdas extra reduzidas

Serviços técnicos

Anúncio 1

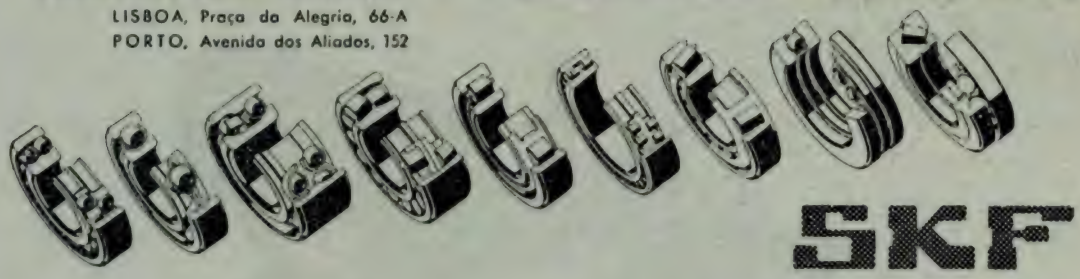
SECÇÃO DE PROPOSTAS

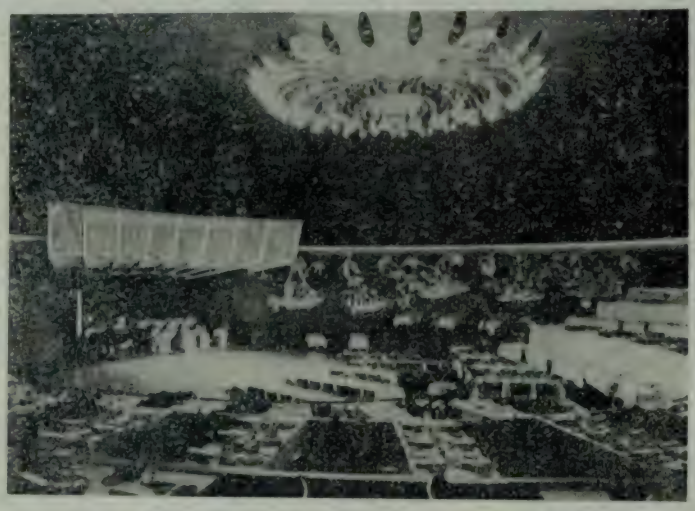
Em todos os estabelecimentos SKF existem técnicos e engenheiros especializados ao dispor de quem os queira consultar sobre tudo quanto diga respeito a rolamentos, bem como a prestarem toda a colaboração na escolha dos mesmos e controlar a sua montagem.

Também, para um maior desenvolvimento do seu serviço técnico, faz a SKF um constante intercâmbio entre os seus estabelecimentos de todo o mundo.

SOCIEDADE SKF LIMITADA

LISBOA, Praça da Alegria, 66-A
PORTO, Avenida dos Aliados, 152





Teto com Asbestospray no Fontainebleau Hotel, Miami (U. S. A.

PROCURE OS NOSSOS PRODUTOS PARA
ISOLAMENO TÉRMICO, FÓNICO E CORTA-FOGO

Lãs de basalto, vidro e escórias
Navitex
Ultralite
Feltro betuminoso «Eaglefelt»
Cimentos refractários e anti-ácidos «Sankey»

Orçamentos grátis
Execução de trabalhos

Asbestospray

ISOLAMENTO
por
PROJECÇÃO PNEUMÁTICA

U. S. PATENT

É A SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA DE:

CORRECÇÃO ACÚSTICA
ISOLAMENTO FÓNICO
ISOLAMENTO TÉRMICO
CONTROLE DE CONDENSAÇÃO
PROTECÇÃO CONTRA O FOGO

PARA MAIS ESCLARECIMENTOS CONSULTE:

H. Vaultier & C.ª

9, Largo Victorino Damasio, 10-H
LISBOA
SECÇÃO DE ISOLAMENTOS

Filiais e Agências em todo o País

b.2.2) Q_j dá um valor Falso a S, então será S_3 Verdade

mas $\vdash (Q_j \supset S_3)$ hipótese b_2)

$\vdash (S_3 \supset \overline{\overline{S_3}})$ Teorema 4

$\vdash (Q_j \supset \overline{\overline{S_3}})$ R. D. 6

e finalmente $\vdash (Q_j \supset \overline{\overline{S}})$ q.e.d

c) Por *indução forte*, se conclui que as expressões deduzidas são verdadeiras para qualqualquer *n*.

Metateorema X

O sistema Rosser é *completamente deductivo*, isto é, S é uma Tautologia então será $\vdash$ S.

Prova :

Seja dado um quadro com *n* colunas iniciais correspondentes a P_1, P_2 ... P_n). Formemos, como anteriormente, os valores de Q_1, Q_2 ... Q_2n).

Se S é uma Tautologia, todos os Q_i deverão dar um valor Verdade a S, e pelo Teorema IX será:

$$\vdash Q_1 \supset S$$
$$\vdash Q_2 \supset S$$
$$\cdots\cdots\cdots$$
$$\vdash Q_2n \supset S$$

Usando (n—1) vezes a R. D. 10 teremos:

$$\vdash [(Q_1 \vee Q_2 \vee \ldots \vee Q_2n) \supset S]$$

Mas pelo Metateorema VIII será

$$\vdash (Q_1 \vee Q_2 \vee \ldots \vee Q_2n)$$

Aplicando a Regra 1 as duas expressões deduzidas teremos $\vdash$ S *q.e.d.*

A aqui terminamos o desenvolvimento do sistema Rosser, muito embora, se o desejassemos, seria possível prolongar indefinidamente a lista de Teoremas, Metateoremas, Regras derivadas, etc.

* * *

2.3 — *Comentários gerais ao desenvolvimento* feito.

2.3.1 — Ficou provado que é possível, edificar um sistema a partir das Condições Básicas referidas em 2.1, isto é:

A) Lista de Símbolos
B) Critério formal para distinção F. B. F.
C) Lista de axiomas
D) Critério formal para distinguir argumentos válidos
E) Critério formal para distinguir Teoremas.

2.3.2 — Ficou provado que o sistema criado tinha as propriedades básicas:

- Consistente
- Completamente deductivo
- Axiomas não redundantes

2.3.3 — Todos os Teoremas, e regras de inferência (R.D) expostas permitem mostrar que as listas de argumentos válidas e de formas tautológicas deduzidas no capítulo I e II, constituem, afinal, um *Sistema lógico*.

Chamamos a atenção para algumas:

R 1	$P, P \supset Q \vdash Q$	Modus Povem
R.D 17	$P \supset Q, \overline{Q} \vdash \overline{P}$	Modus Tollem
R.D 18	$P \vee Q, \overline{P} \vdash Q$	Silogismo Disjuntivo
R.D 19	$(P \supset Q) . (R \supset S),$ $P \vee R \vdash (Q \vee S)$	Dilema Construtivo
R.D 20	$(P \supset Q), (R \supset S),$ $\overline{Q} \vee \overline{S} \vdash (\overline{P} \vee \overline{R})$	Dilema Destrutivo
R.D 21	$(P . Q) \vdash P$	Simplificação
R.D 22	$P \vdash P \vee Q)$	Adição
Teor. 20	$\vdash [(P \vee Q) \equiv$ $\equiv (Q \vee P)]$	Comutação de (V)
Teor. 21	$\vdash [(P . Q) \equiv (Q . P)]$	Comutação de (.)
Teor. 22	$\vdash \{[P \vee (Q \vee R)] \equiv$ $\equiv [(P \vee Q) \vee R]\}$	Associação de (V)
Teor. 23	$\vdash \{[P . (Q . R)] \equiv$ $\equiv [(P . Q) . R]\}$	Associação de (.)
Teor. 24	$\vdash \{[(P \supset Q) \equiv$ $\equiv (\overline{Q} \supset \overline{P})]\}$	Transposição
Teor. 25	$\vdash \{[(P . Q) \supset R] \equiv$ $\equiv [P \supset (Q \supset R)]\}$	Exportação
Teor. 26	$\vdash [P \equiv P . P)]$ $\vdash [P \equiv P \vee P)]$	Tautologia
Teor. 27	$\vdash [(\overline{P.Q}) \equiv (\overline{P} \vee \overline{Q})]$	Teorema de Morgan
Teor. 28	$\vdash [(\overline{P \vee Q}) \equiv (\overline{P} . \overline{Q})]$	Teorema de Morgan
Teor. 29	$\vdash [P \supset Q) \equiv (P \vee Q)]$	Implicação Material
Teor. 30	$\vdash \{[P . (Q \vee R)] \equiv$ $\equiv [(P . Q) \vee (P . R)]\}$	Distribuição (V)
Teor. 31	$\vdash \{[P \vee (Q . R)] \equiv$ $\equiv [(P \vee Q) . (P \vee R)]\}$	Distribuição (.)
Teor. 32	$\vdash \{P \equiv Q) \equiv$ $= [(P.Q) \vee (\overline{P} . \overline{Q})]\}$	Equivalência Mater.
	etc. etc.	

2.3.4 — Estabeleceu-se uma ligação formal entre o sistema e os quadros da verdade.

Este facto reforça o valor dos quadros da verdade debaixo do ponto de vista formal

2.3.5 — As provas *condicionais e indirecta* foram também legitimadas formalmente, pelo facto do sistema ser completamente deductivo. Isto é, é possível fazer a *demonstração* das conclusões tiradas pelos referidos métodos.

2.3.6 — Finalmente, o sistema permite dum modo *formal* e não interpretativo verificar:

1.º — Quais são as fórmulas F. B. F.

2.º — Quais os Teoremas (Tautologias).

3.º — Quais os argumentos válidos.

2.3.7 — Ao fazer o desenvolvimento e estudo do Sistema, desconhece-se se as Proposições P_1, P_2 ... P_n, Q etc., são verdadeiras ou falsas — debaixo do ponto de vista *empírico*, só cuida e garante que as fórmulas, teoremas argumentos formados com essas proposições são respectivamente F. B. F., correctos e válidos.

O sistema portanto não *garante* que os *resultados finais* sejam *formal* e *empiricamente* verdadeiros.

Também a Matemática não cuida do aspecto empírico e experimental dos *dados* do problema, mas apenas das consequências (inferências) que à face dum *Sistema logico dado*, é possível vàlidamente inferir ou concluir.

Debaixo do ponto de vista *interpretativo* os resultados (interpretados) de uma *dedução* podem estar errados por 3 motivos:

a) Porque os dados foram mal traduzidos ou colhidos; isto é, algumas ou todas as preposições P_i ($i = 1 \ldots n$) não traduzem em linguagem objectiva *os factos* — este erro é do domínio da experiência e escapa ao Sistema lógico.

b) Porque a dedução foi mal feita, à face do Sistema lógico adoptado. Neste caso se o Sistema, tiver as propriedades requeridas e se for devidamente aplicado, pode *formalmente* pôr-se em evidência os erros de dedução.

c) Porque o resultado da dedução foi mal *interpretado*. Este facto ocorre, com frequência em sistemas eléctricos e mecânicos complicados que só aparentemente traduzem o resultado da dedução.

Este erro também é empírico e escapa ao controle do Sistema.

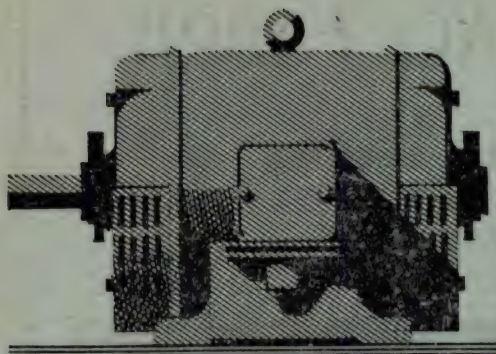
Cálculo das variações de temperatura em barragens de betão

Neste número, a págs. 220, a fórmula 3 saiu, por lapso, assim:

$$\bar{\theta}(t) = \frac{1}{2} \int_0^L \theta(x, t)\, dx$$

quando deveria, com exactidão, sair assim:

$$\bar{\theta}(t) = \frac{1}{L} \int_0^L \theta(x, t)\, dx$$



EFA-ACEC

MOTORES ELÉCTRICOS

EFA-ACEC

MOTORES ELÉCTRICOS

EFA-ACEC

EFA-ACEC

MOTORES ELÉCTRICOS

EFA-ACEC

MOTORES ELÉCTRICOS

EFA-ACEC

MOTORES ELÉCTRICOS

EFA-ACEC

MOTORES ELÉCTRICOS

EFA-ACEC

MOTORES ELÉCTRICOS

FABRICADOS EM PORTUGAL PELA

EFA - EMPRESA FABRIL DE MÁQUINAS ELÉCTRICAS

ARROTEIA — S. MAMEDE DE INFESTA

DISTRIBUIDORES GERAIS

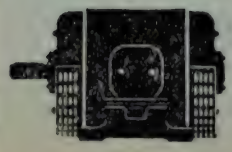
INDÚSTRIAS ELÉCTRICAS ASSOCIADAS — INEL

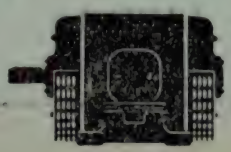
SEDE EM LISBOA: RUA RODRIGO DA FONSECA, 76, 4.º

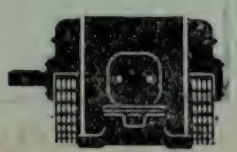
TELEFS. 73 01 61 (PPC) 7 LINHAS • TELEG.: INELA-LISBOA

DELEGAÇÃO NO PORTO: RUA DE SANTA CATARINA, 470

TELEFONES 28841, 28842 E 28843 • TELEGRAMAS: INELAPO-PORTO

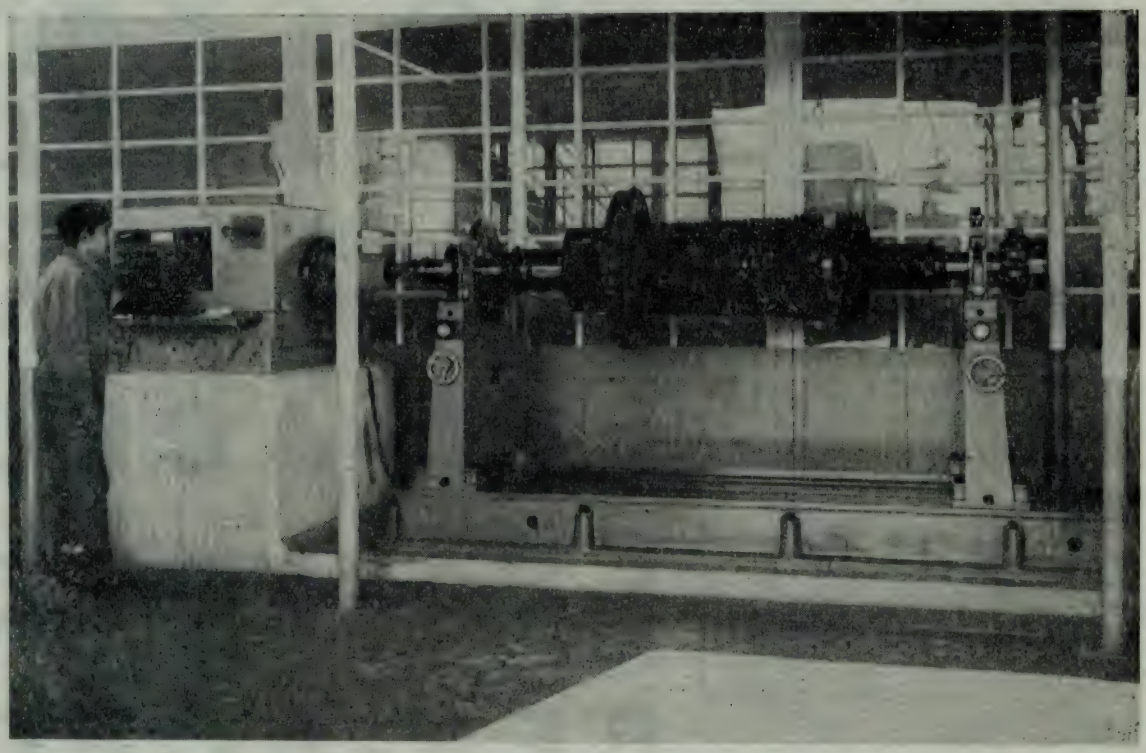






A COMPANHIA UNIÃO FABRIL

põe à disposição dos seus clientes no Estaleiro Naval:



— Uma oficina de Ensaios e Reparação Diesel

— Uma máquina electrodinâmica de equilibragem para rotores de 30 a 3000 Kgs. — 2 M. de diâmetro máximo — 3,420 m. entre apoios.

ROCHA DO CONDE DE ÓBIDOS

LISBOA

Telef. 66 21 48

DO MUNDO TÉCNICO

REVISTA DAS REVISTAS

C. D. U. 621.438.018

Influência da combustão sobre o rendimento térmico de ciclos simples de turbinas a gás

O rendimento térmico é influenciado pelas modificações que sofrem as propriedades termodinâmicas dum fluído no curso da reacção química num motor térmico.

Considera-se este factor de variação do rendimento como uma variação do número de moléculas. O seu estudo quantitativo foi feito pela primeira vez por Traupel.

Na aplicação que fez desta noção para o estudo do ciclo das turbinas o gás admitiu que a capacidade térmica do combustível era a mesma antes e depois da combustão e que o poder calorífrico é constante e independente das condições normais fixadas arbitràriamente.

O presente trabalho refere-se a um ciclo de turbina a gás compreendendo uma compressão e uma expansão ambas num único andar. Calculando directamente a diferença de rendimento que há entre este ciclo e um ciclo de referência sem combustão evitamos calcular uma grandeza muito pequena da diferença de dois números muito grandes.

Podemos, ainda, não nos limitar como fez Traupel, ao caso dum sistema sem perdas utilizando um gás perfeito de calor específico constante como agente caloríf[r]ico.

Leis termodinâmicas intervenientes

a) 1.ª Lei fundamental:

$$W = (\Sigma Q_1 - \Sigma Q_2) + (\Sigma m_1 i_1 - \Sigma m_2 i_2) \qquad (1)$$

em que W representa o trabalho produzido pelo sistema ΣQ_1 e ΣQ_2 as somas de todas as quantidades de calor recebidas e cedidas pelo sistema, $\Sigma m_1 i_1$ e $\Sigma m_2 i_2$ ou somas de todas as variações de entalpia ligadas às massas m_1 introduzidas no sistema e m_2 que sairam deste; i_1 e i_2 são as entalpias específicas. Suporemos que as energias cinéticas são desprezíveis.

Define-se consumo de calor pela equação:

$$Q = \Sigma Q_1 + (\Sigma m_1 i_1 - \Sigma m_2 i_{20}) \qquad (2)$$

em que i_{20} é a entalpia específica das matérias que saem do sistema nas condições de temperatura e pressão normais determinadas. O estado físico do fluído é o que ele toma nas condições normais na sua composição química real.

No caso dum sistema adiabático

$$Q = \Sigma m_1 i_1 - \Sigma m_2 i_{20}$$

e se introduzimos i_{10} entalpia específica das matérias introduzidas no sistema, nas mesmas condições a que corresponde i_{20} teremos:

$$Q = \Sigma m_1 (i_1 - i_{10}) + (\Sigma m_1 i_{10} - \Sigma m_2 i_{20}) \qquad (3)$$

em que o segundo parêntese representa o aumento de entalpia no decorrer da reacção química referida às condições normais; é pois o poder calorífico do combustível.

O primeiro parêntese representa o calor sensível que corresponde ao desvio existente entre as condições à entrada e as normais.

b) Rendimento térmico dum ciclo de produção de trabalho:

$$\eta = \frac{W}{Q} \qquad (4)$$

Tem em conta apenas o primeiro princípio da termodinâmica e por isso designamo-lo por rendimento térmico em vez de termodinâmico.

Vamos ver como varia este rendimento em função das variações do trabalho mecânico produzido pelo sistema ou do consumo de calor:

Se fizermos:

$$\eta = \hat{\eta} + \Delta\eta; \qquad W = \hat{W} + \Delta W; \qquad Q = \hat{Q} + \Delta Q$$

$\hat{\eta}$; $\hat{W}$; $\hat{Q}$ dizem respeito a um ciclo de referência.

Ter-se-á de (4):

$$\frac{\Delta\eta}{\hat{\eta}} = \frac{\dfrac{\Delta W}{\hat{W}} - \dfrac{\Delta Q}{\hat{Q}}}{1 + \dfrac{\Delta Q}{\hat{Q}}} \simeq \frac{\Delta W}{\hat{Q}} - \frac{\Delta Q}{Q} \qquad (6)$$

Os ciclos das turbinas a gás

A figura (1) representa os diversos esquemas utilizados actualmente em turbinas a gás.

O ciclo não adiabático sem combustão interna

Vamos tomar este ciclo como sendo o de referência por ser o mais simples (fig. 1-d).

As mudanças de estado estão representados na figura 2-a em T-s.

O trabálho W produzido e o calor Q consumido são dados pelas êxpressões:

$$W = m\ [(i_2 - i_3) - (i_1 - i_0)]$$
$$Q = m\ [(i_2 - i_1) - \varepsilon\ (i_3 - i_1)] \qquad (7)$$

O grau de eficácia de recuperação define-se como:

$$\varepsilon \equiv \frac{i_{1'} - i_1}{i_3 - i_1} \qquad (8)$$

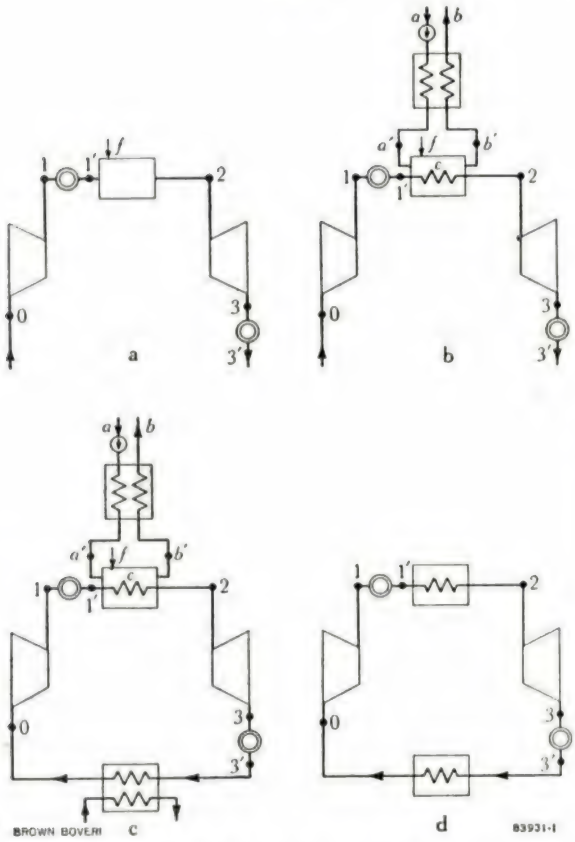


Fig. 1 — Os ciclos simples de turbinas a gás

a) Ciclo aberto, adiabático, com combustão interna.
b) Ciclo com circuito de fluido motor aberto e combustão externa.
c) Ciclo com circuito de fluido motor fechado e combustão externa.
d) Ciclo não adiabático sem combustão.

0 — 1 — compressão
1 — 1' } — recuperação de calor
3 — 3' }
1' — 2 — recepção de calor ou combustão interna
2 — 3 — expansão
f — injecção de combustível
c — câmara de combustão
a a' } — reaquecimento no circuito de combustão
b b' }
a' b' — combustão externa.

As expressões (7) e (8) são válidas mesmo que as transformações adiabáticas $\overline{01}$ e $\overline{23}$ não sejam isentrópicas e que as evoluções $\overline{12}$ e $\overline{30}$ não sejam isobáricas.

O rendimento térmico será:

$$\left.\begin{aligned} \eta_0 &= 1 - \frac{i_3 - i_0}{i_2 - i_1} \qquad \varepsilon = 0 \\ \eta_1 &= 1 - \frac{i_1 - i_0}{i_2 - i_3} \qquad \varepsilon = 1 \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

$$\frac{1}{\eta} = \frac{\varepsilon}{\eta_1} + \frac{1 - \varepsilon}{\eta_0} \qquad (10)$$

Para que a relação 10, seja válida, é preciso tomar para η_0 e η_1 as mesmas pressões que no caso correspondente realmente ao valor dado de ε e não considerar um circuito sem perda de carga para η_0 e um circuito com perda de carga para η_1.

O ciclo com combustão interna

Neste caso (fig. 1 a) o ar e o combustível são introduzidos no sistema no estado *0* e o gás de escape sai no estado 3' (fig. 2 b) (1). A curva 1'2 representa a evolução adiabática sofrida no decorrer de combustão e para o qual $m_{1'}\ i_{1'} = m_2\ i_2$.

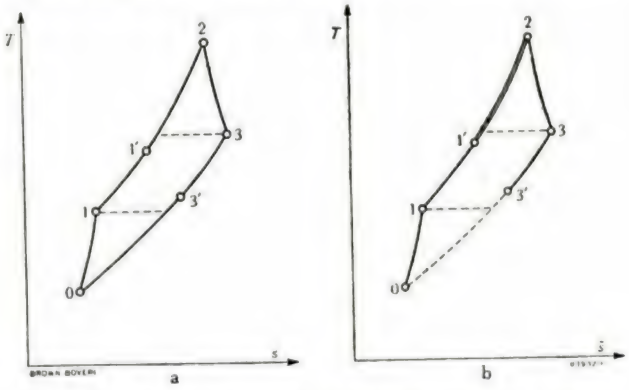


Fig. 2 — Diagramas de estado da turbina a gás

a) Diagrama T, S para o ciclo de referência.
b) Diagrama T, Ŝ para o ciclo aberto — T em função da entropia do fluido antes da combustão, à mesma temperatura e à mesma pressão.

0 — Estado do fluido na aspiração
1 — » » » à saída do compressor
1' — Estado do fluido aquecido no fim da recuperação de calor
2 — Estado do fluido no início da expansão
3 — » » » no fim da expansão
3' — Estado do fluido fornecedor de calor no fim da recuperação.

Teremos para o ciclo adiabático completo.

$$W = m_0\ i_0 - m_{3'}\ i_{3'} = (m_2\ i_2 - m_{3'}\ i_{3'}) - (m_{1'}\ i_{1'} - m_0\ i_0)$$
$$Q = m_0\ i_0 - m_{3'}\ i_{30} = (m_2\ i_2 - m_{3'}\ i_{30}) - (m_{1'}\ i_{1'} - m_0\ i_0) \qquad (11)$$

(1) A fig. 2 b deve ser considerada como um diagrama T, p no qual as coordenadas de pressão não são dadas pelas absissas, mas pela família de isóbaras no diagrama T, S. Designa-se esta diferença no diagrama 2 b por Ŝ.

onde i_{30} é a entalpia do fluído que sai, nas condições normais.

Para continuar o nosso estudo é necessário precisar quais são as substâncias que percorrem o circuito. O que se introduz no sistema é o ar e o combustível e o que sai são os gases de escape.

Designemos por A o ar, por B o combustível, por C os gases de escape, por H o poder calorífrico e finalmente por n, com um índice superior, o número de moléculas ou melhor o débito expresso em moléculas que se escoa na unidade de tempo.

A equação da combustão isotérmica-isobárica pode escrever-se:

$$n^A . A + n^B . B \rightarrow n^C . C + n^B . H$$

I — *Combustíveis gasosos*

a) Combustível comprimido juntamente com o ar:

No caso em que se comprime o combustível depois de misturado com o ar temos para as equações (11):

$$\left.\begin{aligned} W &= n^C (i_2^C - i_{3'}^C) - [n^A (i_{1'}^A - i_0^A) + n^B (i_{1'}^B - i_0^B)] \\ Q &= n^C (i_2^C - i_0^C) - [n^A (i_{1'}^A - i_0^A) + n^B (i_{1'}^B - i_0^B)] \end{aligned}\right\} \quad (12)$$

Ao substituir i_{30} por i_0^C admitimos que o estado 0 reinante à entrada do circuito é idêntico ao estado normal considerado para a definição do consumo de calor segundo a equação (2).

Se se fizer:

$$n^M = n^A + n^B \quad e \quad n^M i^M = n^A i^A + n^B i^B$$

$$n^C (i_3^C - i_{3'}^C) = n^M (i_{1'}^M - i_1^M)$$

as equações (12) vêm:

$$W = n^C (i_2^C - i_3^C) - n^M (i_1^M - i_0^M)$$

$$Q = n^C (i_2^C - i_0^C) - n^M [(i_1^M - i_0^M) + \varepsilon (i_3^M - i_1^M)]$$

que se podem ainda escrever

$$\left.\begin{aligned} W &= n^M [(i_2^M - i_3^M) - (i_1^M - i_0^M)] + n^B (\Delta I_3 - \Delta I_2) \\ Q &= n^M [(i_2^M - i_1^M) - \varepsilon (i_3^M - i_1^M)] - n^B \Delta I_2 = n^B I_0 \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

onde

$$\left.\begin{aligned} n^B I_0 &= n^M i_0 - n^C i_0^C \\ n^B I_2 &= n^M i_2 - n^C i_2^C \qquad \Delta I_2 = I_2 - I_0 \\ n^B I_3 &= n^M i_3 - n^C i_3^C \qquad \Delta I_3 = I_3 - I_0 \end{aligned}\right\} \quad (14)$$

I_0, I_2 e I_3 são os poderes caloríficos referidos a uma molécula de combustível nas condições 0, 2 e 3.

Em vez de calcular o rendimento vamos compará-lo ao dum ciclo não adiabático sem combustão no qual se utilizará a mistura de ar e combustível como veículo de calor. As equações (7) a (10) são válidas para este ciclo de referência e podem escrever-se utilizando as mesmas notações,

$$\left.\begin{aligned} \hat{W} &= n^M [(i_2^M - i_3^M) - (i_1^M - i_0^M)] \\ \hat{Q} &= n^M [(i_2^M - i_1^M) - \varepsilon (i_3^M - i_0^M)] \end{aligned}\right\} \quad (15)$$

$$\left.\begin{aligned} \hat{\eta}_0 &= 1 - \frac{i_3^M - i_0^M}{i_2^M - i_1^M} \qquad \varepsilon = 0 \\ \hat{\eta}_1 &= 1 - \frac{i_1^M - i_0^M}{i_2^M - i_3^M} \qquad \varepsilon = 1 \end{aligned}\right\} \quad (16)$$

Mostra-se que os rendimentos dum ciclo não adiabático utilizando gases politrópicos, isto é, gases perfeitos de calor específico constante, não dependem senão das relações de temperatura e do produto dos rendimentos:

$$\tau = \frac{T_2}{T_0} \qquad \varphi = \frac{T_1}{T_0} \qquad \eta' = \eta_E \, \eta_K \, \eta_P \quad (17)$$

η_E e η_K são os redimentos politrópicos da expansão 2 3 e da compressão o 1; a expressão:

$$\eta_P = \frac{\log \left(\frac{p_2}{p_3}\right)}{\log \left(\frac{p_1}{p_0}\right)}$$

fornece-nos uma medida destas perdas de carga.

Desde que se escolha os mesmos valores para τ, φ e η' os valores de η_0 e η_1 ficam independentes da natureza do fluído que é veículo de calor. (Para os gases não perfeitos, no sentido geral do termo, é preciso notar que o calor específico não é constante, e portanto para uma pressão e uma temperatura dadas o rendimento depende da natureza do gás). Começaremos por calcular as diferenças existentes entre os valores W e Q correspondentes às equações (13) e ao ciclo de referência segundo (15).

A comparação das equações (13) e (15) mostra que estas diferenças dependem do aumento ΔI que sofre o poder calorífico. Se se tivesse $\Delta I_2 = \Delta I_3 = 0$, as equações (13) e (15) e as do rendimento teriam a mesma forma. Mas apesar disso, subsistiria uma diferença.

Os valores de τ e φ sendo prescritos, as temperaturas T_1 e T_2 são determinadas, assim como T_0 é fixada; mas T_3 depende ainda das propriedades do fluido. É pór isso que a grandeza i_3^M não tem o mesmo valor nas equações (13) e (15).

Admitamos que i_3^M ultrapassa de Δi_3^M o valor correspondente do ciclo de referência. Designemos no segundo membro da segunda das equações (13), o primeiro termo dentro do colchete por Q_*; a equação torna-se $Q = Q_* - n^B \Delta I_2$.

Com a equação (14) encontra-se imediatamente: $Q_* = n^B I_2$.

Q_* representa o consumo de calor calculado considerando o poder calorífrico no estado 2. A diferença existente entre Q_* e $\hat{Q}$ segundo (15) reside ùnicamente no valor de Δi_3^M.

Para as pressões reinantes no circuito da turbina a gás pode admitir-se que os gases se comportam como perfeitos o que admitiremos no que se segue.

O poder calorífrico não depende então da temperatura. Os acréscimos que sofrem o trabalho e o calor em relação ao ciclo de referência são:

$$\left.\begin{aligned} \Delta W &= W - \hat{W} = -n^M \Delta i_3^M + n^B (\Delta I_3 - \Delta I_2) \\ \Delta Q &= Q - \hat{Q} = -\varepsilon n^M \Delta i_3^M - n^B \Delta I_2 \end{aligned}\right\} \quad (18)$$

ou

$$\left.\begin{aligned} \frac{\Delta W}{\hat{W}} &= \frac{-\Delta i_3^M + \left(\frac{n^B}{n^M}\right)\left(\Delta I_3 - \Delta I_2\right)}{(i_2^M - i_3^M) - (i_2^M - i_0^M)} \\ \frac{\Delta Q}{\hat{Q}} &= \frac{-\varepsilon \Delta i_3^M - \left(\frac{n^B}{n^M}\right) \Delta I_2}{(i_2^M - i_1^M) - \varepsilon (i_3^M - i_1^M)} \end{aligned}\right\} \quad (19)$$

Interessa só considerar os casos em que $\varepsilon = 0$ e $\varepsilon = 1$ porque os outros são determinados pela equação (10).

Suprimindo para simplificar, os índices superiores M, que afectam os i vem:

$$\frac{\Delta W}{\hat{W}} \left[1 - \frac{i_1 - i_0}{i_2 - i_3} \right] = - \frac{\Delta i_3^M}{i_2 - i_3} + \frac{n^B}{n^M} \left[\frac{\Delta I_3}{i_3 - i_0} \cdot \frac{i_3 - i_0}{i_2 - i_3} - \frac{\Delta I_2}{i_2 - i_0} \cdot \frac{i_2 - i_0}{i_2 - i_3} \right] \quad (20)$$

$$\left(\frac{\Delta Q}{\hat{Q}}\right)_0 = - \frac{n^B \Delta I_2}{n^M (i_2 - i_0)} \cdot \frac{i_2 - i_0}{i_2 - i_0} \qquad \varepsilon = 0 \quad (21)$$

$$\left(\frac{\Delta Q}{\hat{Q}}\right)_1 = - \frac{\Delta i_3^M}{i_2 - i_3} - \frac{n^B \Delta I_2}{n^M (i_2 - i_0)} \cdot \frac{i_2 - i_0}{i_2 - i_3}; \quad \varepsilon = 1 \quad (22)$$

As relações das diferenças de entalpia podem ser com ajuda de $\hat{\eta}_0$ e $\hat{\eta}_1$ relativas ao ciclo de referência (fig 3).

$$\begin{aligned} &(i_2 - i_1) : (i_3 - i_0) : (i_2 - i_3) : (i_1 - i_0) \\ &= \hat{\eta}_1 \cdot \hat{\eta}_1 (1 - \hat{\eta}_0) : \hat{\eta}_0 : \hat{\eta}_0 (1 - \hat{\eta}_1) \end{aligned} \quad (21)$$

Entrando com estas relações vem para (20) a (22):

$$\frac{\Delta W}{\hat{W}} = - \frac{\Delta i_3^M}{i_2 - i_3} \cdot \frac{1}{\hat{\eta}} - \frac{n^B}{n^M} \left[\frac{\Delta I_2}{i_2 - i_0} \left(\frac{1}{\hat{\eta}_1} + \frac{1}{\hat{\eta}_0} - 1 \right) - \frac{\Delta I_3}{i_3 - i_0} \left(\frac{1}{\hat{\eta}_0} - 1 \right) \right] \quad (24)$$

$$\left(\frac{\Delta Q}{\hat{Q}}\right)_0 = - \frac{n^B \Delta I_2}{n^M (i_2 - i_0)} \left(1 + \frac{\eta_0}{\hat{\eta}_1} \hat{\eta}_0 \right) \quad (25)$$

$$\left(\frac{\Delta Q}{\hat{Q}}\right)_1 = - \frac{\Delta i_3^M}{i_2 - i_3} - \frac{n^B \Delta I_2}{n^M (i_2 - i_0)} \left(1 + \frac{\hat{\eta}_1}{\hat{\eta}_0} - \hat{\eta}_1 \right) \quad (26)$$

Vamos calcular agora o valor de Δi_3^M.

A temperatura T_3 à saída da turbina depende da temperatura de entrada de T_2 e da relação das pressões antes e depois da expansão:

$$P^{\eta_P} = \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\eta_P} = \frac{p_2}{p_3}$$

e tem por expressão:

$$T_3 = T_2 \cdot P^{\frac{-\eta_E \eta_P}{\lambda}}$$

em que $\lambda = \frac{c_P}{R}$.

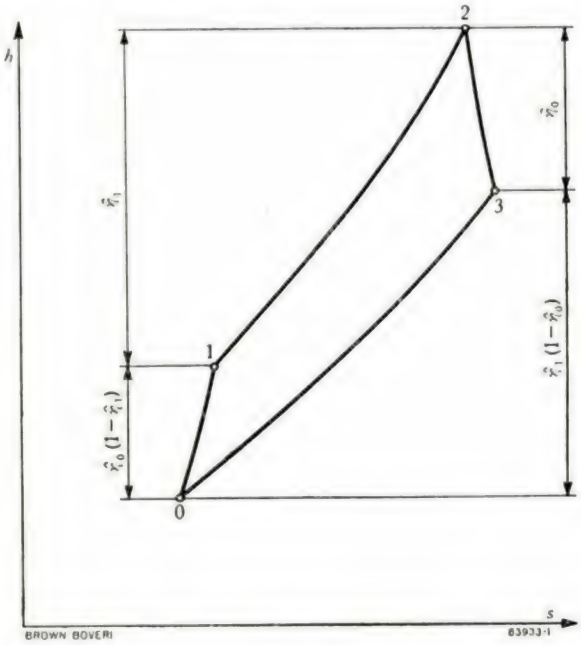


Fig. 3 — Representação da diferença de entalpia à custa dos rendimentos dos ciclos de referência

Como P e T_2 foram já fixadas por φ e τ, a variação de T_3 é devida simplesmente à diferença dos valores de λ relativamente aos gases de escape e à mistura de ar e combustível, visto que η_E η_K η_P se podem considerar constantes.

Podemos então obter para d T_3:

$$d\,T_3 = T_2 \cdot P^{\frac{-\eta_E \eta_P}{\lambda}} \cdot \left(\frac{\eta_E \eta_P}{\lambda^2} \right) \log_n P \cdot d\lambda$$

Entrando com (27) e tomando: $-\Delta i_3^M \simeq d i_3^M = \lambda R dT_3$

$$\Delta i_3^M = \varkappa \eta_E \eta_P R T_3 \log_n P$$

onde:

$$\varkappa = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda C - \lambda M}{\lambda M} = \frac{\lambda C}{\lambda M} - 1 \quad (28)$$

A equação (27) e as seguintes só são válidas para o gás politrópico para o qual λ é constante no domínio de temperaturas de T_2 a T_3.

Para os gases não perfeitos para os quais λ é variável, pode mostrar-se fàcilmente que λ terá que ser substituído pelo valor médio logarítmico relativo ao mesmo domínio.

$$\hat{\lambda}_E = \frac{\int_{T_3}^{T_2} \lambda . d \log T}{\log \left(\frac{T_2}{T_3}\right)} = \frac{s(T_2, p_*) - s(T_3, p_*)}{R . \log_n \left(\frac{T_2}{T_3}\right)}$$

e

$$\Delta i_3^M \frac{\lambda_3^M}{\hat{\lambda}_E^M} \hat{\varkappa}\, \eta_E\, \eta_P . R . T_3 . \log_n P$$

pois que

$d\, i_3 = \lambda_3^M R . d\, T_3$; $\hat{\varkappa}$ é definido pela equação (28) na qual λ foi substituído por $\hat{\lambda}_E^M$. Podemos escrever:

$$\Delta i_3^M = \alpha . \hat{\varkappa} (\log \phi)\, \hat{\lambda}_E^M R\, T_3 \; ; \quad \phi = \frac{T_2}{T_3} = P \frac{\eta_E\, \eta_P}{\hat{\lambda}_E} \qquad (29)$$

$\hat{\lambda}_E$ é a média aritmética dos valores que toma λ no domínio das temperaturas T_2 a T_2.

$$\bar{\lambda}_E = \frac{\int_{T_3}^{T_2} \lambda . d\, T}{(T_2 - T_3)} = \frac{i_2 - i_3}{R\,(T_2 - T_3)}$$

O factor 1:

$$\alpha = \frac{\lambda_3^M}{\bar{\lambda}_E^M} \qquad (30)$$

dá a correcção devida à variação do calor específico; pode-se geralmente admitir que é igual à unidade, o que não quer dizer que se refira a um gás politrópico.

Introduzindo α em (24) e (26):

$$\frac{\Delta i_3^M}{i_2 - i_3} = \hat{\chi} \frac{\log . \phi}{\phi - 1}$$

Para simplificar façamos:

$$\mu_2 = -\frac{n^B . \Delta I_2}{n^M (i_2 - i_0)} \; ; \quad \mu_3 = \frac{n^B \Delta I_3}{n^M (i_3 - i_0)} \qquad (32)$$

e temos:

$$\frac{\Delta W}{\hat{W}} = -\frac{\hat{\chi}}{\hat{\eta}_1} . \frac{\alpha . \log \phi}{\phi - 1} - \frac{1}{\hat{\eta}_1}\left[\mu_2 + (\mu_2 - \mu_3)\left(\frac{1}{\hat{\eta}_0} - 1\right)\hat{\eta}_1\right] \qquad (33)$$

$$\left(\frac{\Delta Q}{\hat{Q}}\right)_0 = -\mu_2 \left(1 - \hat{\eta}_0 + \frac{\hat{\eta}_0}{\hat{\eta}_1}\right) ; \; \varepsilon = 0 \qquad (34)$$

$$\left(\frac{\Delta Q}{\hat{Q}}\right)_1 = -\hat{\chi} . \frac{\alpha \log \phi}{\phi - 1} - \mu_2 \left(1 - \hat{\eta}_1 + \frac{\hat{\eta}_1}{\hat{\eta}_0}\right) ; \; \varepsilon = 1 \qquad (35)$$

Devido a (14) pode escrever-se:

$$\mu_2 = \frac{n^M (i_2^M - i_0^M) - n^C (i_2^C - i_0^C)}{n^M (i_2^M - i_0^M)} = 1 - \frac{n^C (i_2^C - i_0^C)}{n^M (i_2^M - i_0^M)}$$

Designemos o aumento relativo do número de moléculas por:

$$\upsilon = \frac{n^C - n^M}{n^M} = \frac{n^C}{n^M} - 1 \qquad (36)$$

Se calcularmos a média aritmética de λ para o domínio de temperaturas T_0 a T_2:

$$\bar{\lambda}_2 = \int_{T_0}^{T_2} \frac{\lambda\, d\, T}{T_2 - T_0} = \frac{i_2 - i_0}{R\,(T_2 - T_0)}$$

obtém-se:

$$(1 - \mu_2) = (1 + \upsilon)(1 + \bar{\chi}_2) \; ; \; (1 - \mu_3) = (1 + \upsilon)(1 + \bar{\chi}_3) \qquad (37)$$

$\bar{\chi}_2$ é definido pela equação (28).

No caso presente, a reacção é caracterizada de forma unívoca pelas grandezas χ, μ e υ que chamaremos valores característicos da reacção.

Suporemos que:

$$\mu_2 \simeq \mu_3 \simeq \left(\frac{\mu_2 + \mu_3}{2}\right) \simeq \mu$$

e o mesmo para $\bar{\chi}$.

De (33) e (35):

$$\left.\begin{aligned} \frac{\Delta W}{\hat{W}} &= -\frac{\hat{\chi}}{\hat{\eta}} . \frac{\alpha . \log \phi}{\phi - 1} - \frac{\mu}{\hat{\eta}_1} \\ \left(\frac{\Delta Q}{\hat{Q}}\right)_0 &= -\mu \left[1 + \frac{\hat{\eta}_0}{\hat{\eta}_1}(1 - \hat{\eta}_1)\right] ; \quad \varepsilon = 0 \\ \left(\frac{\Delta Q}{\hat{Q}}\right)_1 &= \hat{\chi} . \frac{\alpha . \log \phi}{\phi - 1} - \mu \left[1 + \frac{\hat{\eta}_1}{\hat{\eta}_0}(1 - \hat{\eta}_0)\right] ; \varepsilon = 1 \end{aligned}\right\} \qquad (38)$$

Entrando com estes valores em (6), sem tomar em consideração o denominador do membro intermédio, obtem-se:

$$\Delta \eta_0 = -\hat{\chi} \frac{\alpha . \log \phi}{\phi - 1} . \frac{\hat{\eta}_0}{\hat{\eta}_1} - \mu \frac{\hat{\eta}_0}{\hat{\eta}_1}(1 - \hat{\eta}_0)(1 - \hat{\eta}_1)$$

$$\Delta \eta_1 = -\hat{\chi} . \frac{\alpha \log \phi}{\phi - 1}(1 - \hat{\eta}_1) - \mu \left[(1 - \hat{\eta}_1) - \frac{\hat{\eta}_1^2}{\hat{\eta}_0}(1 - \hat{\eta}_0)\right] \qquad (39)$$

Estas são as fórmulas definitivas que juntamente com (10) permitem calcular as variações de rendimento. Constata-se assim que a diferença existente entre o rendimento dum ciclo com combustão e o dum ciclo de referência é devida aos diferentes valores do calor específico (γ) referido a uma molécula e do poder calorífico (μ).

A influência da variação do número de moléculas faz-se apenas sentir indirectamente, equação (37), fazendo nela:

$$-\hat{\chi} \simeq -\bar{\chi} \simeq \mu + \nu .$$

$$\Delta \eta_0 = \nu \frac{\alpha . \log \phi}{\phi - 1} . \frac{\hat{\eta}_0}{\hat{\eta}_1} + \mu \left[\frac{\alpha . \log \phi}{\phi - 1} . \frac{\hat{\eta}_0}{\hat{\eta}_1} - \frac{\hat{\eta}_0}{\hat{\eta}_1}(1 - \hat{\eta}_0)(1 - \hat{\eta}_1)\right] \qquad (40)$$

O primeiro termo do segundo membro representa a influência da mudança do número de moléculas. O segundo representa a influência da variação do poder calorífico por meio de μ. O rendimento melhora se $\mu > 0$ e $\nu > 0$.

Nota: A equação (13) só é válida se $\mu_1 \leqslant 0$ até $\varepsilon = 1$. Para $\mu < 0$ terá que ser $\varepsilon \leqslant 1 - \mu$.

b) Examinemos agora o caso em que o ar e o combustível são comprimidos separadamente:

Supomos que são compressões politrópicas com a mesma relação de pressões P. A expressão do trabalho de compressão, neste caso será:

$$W_K^{AB} = n^A \bar{\lambda}_K^A R T_0 \left(P^{\frac{1}{\eta_K} \cdot \hat{\lambda}_K^A} - 1\right) + n^B \bar{\lambda}_K^B R T_0 \left(P^{\frac{1}{\eta_K} \cdot \hat{\lambda}_K^B} - 1\right) \quad (42)$$

e no caso em que os gases estão misturados:

$$W_K^M = (n^A + n^B) \bar{\lambda}_K^M R T_0 \left(P^{\frac{1}{\eta_K} \cdot \hat{\lambda}_K^M} - 1\right) \quad (43)$$

$\bar{\lambda}_K$ e $\hat{\lambda}_K$ são as médias aritmética e logarítmica dos valores que toma λ entre T_0 e T_1.

Existe para os gases não perfeitos entre as grandesas λ^A, λ^B e λ^M a relação rigorosa

$$n^M \lambda^M = n^A \lambda^A + n^B \lambda^B \quad (44)$$

que é válida tanto para $\bar{\lambda}$ como para $\hat{\lambda}$.

Por outras palavras, λ^M é o valor médio do calor específico formado a partir de λ_A e λ_B tendo em consideração n^A e n^B. Abandonou-se o índice inferior K para simplificar. Admitimos por outro lado que $\bar{\lambda} \simeq \hat{\lambda} \simeq \lambda$, sem que se trate de gás perfeito necessàriamente e podemos considerar W_K como uma função de λ para valores dados de T_0 e P.

Façamos

$$f(\lambda) = \lambda \left(P^{\frac{1}{\eta_K} \lambda} - 1\right) \quad (45)$$

e designemos com um ($\tilde{}$) um valor médio para a mistura determinada como na equação (44). Pode então escrever-se:

$$\frac{W_K^{AB}}{n^M R T_0} = \tilde{f}(\lambda); \quad \frac{W_K^M}{n^M R T_0} = f(\tilde{\lambda}) \quad (46)$$

A expressão (42) é então o valor médio das funções e a expressão (43) a função dos valores médios.

A diferença entre elas é: $\tilde{f}(\lambda) - f(\tilde{\lambda})$, fig. 4.

Podemos desenvolver (45) em série de Taylor

$$f(\lambda) = f(\tilde{\lambda}) + \frac{\delta\lambda}{1!} f'(\tilde{\lambda}) + \frac{(\delta\lambda)^2}{2!} f''(\tilde{\lambda}) + \dots$$

onde: $\delta\lambda = \lambda - \tilde{\lambda}$. Substituindo λ e λ^A e λ^B em λ obtém-se:

$$f(\lambda^A) = f(\tilde{\lambda}) + \frac{\delta\lambda^A}{1!} f'(\tilde{\lambda}) + \frac{(\delta\lambda^A)^2}{2!} f''(\tilde{\lambda}) + \dots$$

$$f(\lambda^B) = f(\tilde{\lambda}) + \frac{\delta\lambda^B}{1!} f'(\tilde{\lambda}) + \frac{(\delta\lambda^B)^2}{2!} f''(\tilde{\lambda}) + \dots$$

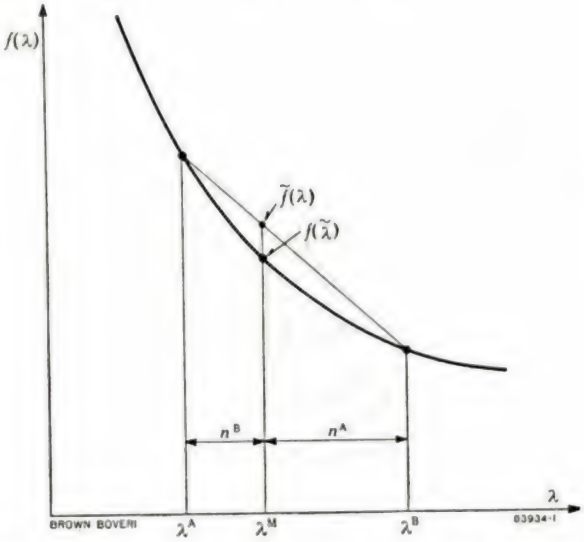


Fig. 4 — Variação do trabalho de compressão em função das propriedades do fluido

Multiplicando a primeira equação por n^A, a segunda por n^B e adicionando membro a membro, tem-se, pondo:

$$\Delta\lambda \equiv |\lambda^B - \lambda^A| = |\delta\lambda^B - \delta\lambda^A|$$

$$f(\tilde{\lambda}) = f(\tilde{\lambda}) + \frac{1}{2} \cdot \frac{n^A \cdot n^B (\Delta\lambda)^2}{(n^A + n^B)^2} \cdot f''(\tilde{\lambda}) + \dots \quad (47)$$

expressão que se pode verificar com a ajuda de (44). A equação (45) dá-nos:

$$f''(\lambda) = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{1}{\lambda \eta_K} \log_n P\right)^2 P^{\frac{1}{\eta_K} \lambda}$$

e podemos escrever, servindo-nos de (46) e (47) e pondo

$$\varphi \equiv \frac{T_1}{T_0} = P^{\frac{1}{\eta_K} \cdot \tilde{\lambda}}$$

$$W_K^{AB} - W_K^M \simeq n^M \tilde{\lambda} R T_1 [\log_n \varphi]^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{n^A}{n^M} \cdot \frac{n^B}{n^M} \left(\frac{\Delta\lambda}{\tilde{\lambda}}\right) \quad (48)$$

Como $f''(\lambda)$ é sempre positivo, o lado côncavo da curva fica sempre para cima (fig. 4). É então fácil de ver, que $\tilde{f}(\lambda)$ é sempre maior que $f(\tilde{\lambda})$. É por isso que o trabalho necessário para comprimir separadamente os dois gases é sempre maior que o que é exigido para a compressão da mistura. A diferença obtida com (48) deve ser combinado com o que dá a equação (18).

11 — *Combustível líquido*

Quando o combustível é líquido, é evidentemente necessário comprimir separadamente o ar e o combustível.

As equações (12) são ainda válidas mas as temperaturas T_1 e $T_{1'}$ do ar são diferentes da do combustível.

Designemos o estado do combustível (principalmente a temperatura) à saída da bomba pelo índice inferior p e depois do aquecedor pelo índice q.

Se se usar o símbolo f superior em vez de B para o estado líquido do combustível, as equações (12) escrevem-se:

$$W = n^C (i_2^C - i_{3'}^C) - [n^A (i_{1'}^A - i_0^A) + n^f (i_q^f - i_0^f)]$$
$$Q = n^C (i_2^C - i_0^C) - [n^A (i_{1'}^A - i_0^A) + n^f (i_q^f - i_0^f)]$$

A equação da recuperação de calor:

$$n^C (i_3^C - i_{3'}^C) = n^A (i_{1'}^A - i_1^A) + n^f (i_q^f - i_p^f)$$

e e as definições:

$$\varepsilon^g = \frac{i_{1'}^A - i_1^A}{i_3^A - i_1^A} \qquad \varepsilon^f = \frac{i_q^f - i_p^f}{i_3^f - i_p^f} \tag{49}$$

dão-nos:

$$W = n^C (i_2^C - i_3^C) - [n^A (i_1^A - i_0^A) + n^f (i_p^f - i_0^f)]$$
$$Q = n^C (i_2^C - i_0^C) - n^B [(i_1^A - i_0^A) + \varepsilon^g (i_3^A - i_1^A)] - $$
$$- n^f [(i_p^f - i_0^f) + \varepsilon^f (i_3^f - {}_p^f)[$$

em que i_3^f e i_2^f podem assemelhar-se a entalpias dum combustível no estado líquido.

O índice g indica que se trata dum corpo gasoso.

Fazendo como para as equações (13) obtemos:

$$\left.\begin{aligned} W &= n^A [(i_2^A - i_3^A) - (i_1^A - i_0^A)] + n^f (\Delta I_3 - \Delta I_2) + \\ &\quad + n^f [(i_2^f - i_3^f) - (i_p^f - i_0^f)] \\ Q &= n^A [(i_2^A - i_1^A) - \varepsilon^g (i_3^A - i_1^A)] - n^f \Delta I_2 + \\ &\quad + n^f [(i_2^f \quad i_p^f) - \varepsilon^f (i_3^f - i_p^f)] \end{aligned}\right\} \tag{50}$$

ΔI_2 e ΔI_3 são os acréscimos que sofre o poder calorífrico e tem-se:

$$\left.\begin{aligned} n^f \Delta I = n^f (I - I_0) &= n^A (i^A - i_0^A) + \\ &+ n^f (i^f - i_0^f) - n^C (i^C - i_0^C) \end{aligned}\right\} \tag{51}$$

e o mesmo pgra I_2 ou I_3

Como Q é uma função linear de ε^g e ε^f e W não depende deles, é possível estabelecer uma relação semelhante a (10).

Se designarmos por η_0 o rendimento térmico para o caso em que $\varepsilon^g = \varepsilon^f = 0$, por ε^g, este mesmo rendimento para $\varepsilon^g = 1$ e $\varepsilon^f = 0$, por η_1 o correspondente a $\varepsilon^g = \varepsilon^f = 1$, obtém-se:

$$\frac{1}{\eta} = \frac{1 - \varepsilon^g}{\eta_0} + \frac{\varepsilon^g - \varepsilon^f}{\eta_1^g} + \frac{\varepsilon^f}{\eta_1} \tag{52}$$

O rendimento termico é então expresso à custa de três grandezas auxiliares enquanto que só havia duas na relação (10).

Os desenvolvimentos que se vão seguir serão análogos aos que se fizeram no caso do combustível gasoso.

O ciclo de referência utiliza ar como veículo de calor e pode-se-lhe aplicar as equações (15) e (16) nas quais se substitue M por A:

$$\left.\begin{aligned} \hat{W} &= n^A [(i_2^A - i_3^A) - (i_1^A - i_0^A)] \\ \hat{Q} &= n^A [(i_2^A - i_1^A) - \varepsilon^g (i_3^A - i_1^A)] \end{aligned}\right\} \tag{53}$$

$$\left.\begin{aligned} \hat{\eta}_0 &= 1 - \frac{i_3^A - i_0^A}{i_3^A - i_1^A} \\ \hat{\eta}_1 &= 1 - \frac{i_1^A - i_0^A}{i_2^A - i_3^A} \end{aligned}\right\} \tag{54}$$

A grandeza ε^f não aparece evidentemente no caso do ciclo de referência e tem-se $\hat{\eta}_1^g = \hat{\eta}_1$. Em vez das equacões (18), tem-se:

$$\Delta W = - n^A \Delta i_3^A + n^f (\Delta I_3 - \Delta I_2) + $$
$$+ n^f [(i_2^f - i_p^f) - (i_3^f - i_0^f)]$$
$$\Delta Q = - \varepsilon^g n^A \Delta i_3^A - n^f \Delta I_2 + $$
$$+ n^f [(i_2^f - i_p^f) - \varepsilon^f (i_3^f - i_p^f)]$$

onde Δi_3^A corresponde ao Δi_3^M antigo. Os termos com expressões entre colchetes que se juntaram nos segundos membros das equações (18) representam a parte que toma o combustível na produção de trabalho e no consumo de calor.

A sua presença é devida ao facto do ciclo de referência se realizar com ar puro.

É possível uma simplificação verificando que $i_p^f - i_0^f$ é muito pequeno ao pé de $i_3^f - i_0^f$, visto que a energia para injectar o combustível é pequena em relação à energia térmica desenvolvida.

Pode então substituir-se i_p^f por i_0^f nas últimas equações:

$$\left.\begin{aligned} \Delta W &= - n^A \Delta i_3^A + \\ &+ n^f [\Delta I_3 - \Delta I_2) + (i_2^f - i_0^f) - (i_3^f - i_0^f)] \\ \Delta Q &= - \varepsilon^g n^A \Delta i_3^A - \\ &- n^f [\Delta I_2 - (i_2^f - i_0^f)] - \varepsilon^f n^f (i_3^f - i_0^f) \end{aligned}\right\} \tag{55}$$

Uma comparação com a equação (18) mostra que para $\varepsilon^f = 0$, isto é, para η_0 e η_1^g, todas as relações de (18) a (40) subsistem se se substituir o índice M por A e as grandezas χ, α, μ e ν defenidas pelas relações (28), (30), (32) e (36) por:

$$\left.\begin{aligned}
\hat{\chi}^g &= \frac{\hat{\lambda}_E^C}{\hat{\lambda}_E^A} - 1 \qquad \alpha^g = \frac{\lambda_3^A}{\hat{\lambda}_E^A} \\
\mu^g &= \frac{n^f\,\Delta I^g}{n^A\,(i^A - i_0^A)} \qquad \nu^g = \frac{n^C}{n^A} - 1 \\
n^f\,\Delta I^g &= n^f\left[\Delta I - (i^f - i_0^f)\right] = \\
&= n^A\left(i^A - i_0^A\right) - n^C\left(i^C - i_0^C\right)
\end{aligned}\right\} \quad (56)$$

Em lugar das equações (38) ter-se-á então:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\Delta W}{W} &= -\frac{1}{\hat{\eta}_1}\left(\hat{\chi}^g\,\frac{\alpha^g \log_n \phi}{\phi - 1} + \mu^g\right) \\
\left(\frac{\Delta Q}{\hat{Q}}\right)_0 &= -\mu^g\left[1 + \frac{\hat{\eta}_0}{\hat{\eta}_1}\left(1 - \hat{\eta}_1\right)\right]; \quad \varepsilon^g = \varepsilon^f = 0 \\
\left(\frac{\Delta Q}{\hat{Q}}\right)_1^g &= -\hat{\chi}^g\,\frac{\alpha^g \log_n \phi}{\phi - 1} - \mu^g\left[1 + \frac{\hat{\eta}_1}{\hat{\eta}_0}\left(1 - \hat{\eta}_0\right)\right] \\
&\qquad \varepsilon^g = 1\,;\ \varepsilon^f = 0
\end{aligned}\right\} \quad (57)$$

e em vez das equações (39):

$$\left.\begin{aligned}
\Delta\eta_0 &= -\hat{\chi}^g\,\frac{\alpha^g \log_n \phi}{\phi - 1}\,\frac{\hat{\eta}_0}{\hat{\eta}_1} - \mu^g\,\frac{\hat{\eta}_0}{\hat{\eta}_1}\left(1 - \hat{\eta}_0\right)\left(1 - \hat{\eta}_1\right) \\
\Delta\eta_1^g &= -\hat{\chi}^g\,\frac{\alpha^g \log_n \phi}{\phi - 1}\left(1 - \hat{\eta}_1\right) - \\
&\qquad - \mu^g\left[\left(1 - \hat{\eta}_1\right) - \frac{\hat{\eta}_1^2}{\hat{\eta}_0}\left(1 - \hat{\eta}_0\right)\right]
\end{aligned}\right\} \quad (58)$$

Aqui igualmente a variação do poder calorífico se manifesta por intermédio de μ^g. Mas como só o elemento gasoso correspondente a μ^g é determinante, resulta um outro efeito suplementar cuja causa reside no facto de que o elemento líquido contribue muito, para o estado gasoso após a combustão, na produção de trabalho da expansão, mas não no trabalho de compressão nem de absorpção de calor visto que $\varepsilon^f = 0$. A influência da variação do número de moléculas é igualmente dado pela equação (40), se se afectar as grandezas ν, α e μ de índice superior g.

O caso $\varepsilon^g = \varepsilon^f = 1$ merece ser mais aprofundado. Punhamos:

$$\mu^f = \frac{n^f\left(i^f - i_0^f\right)}{n^A\left(i^A - i_0^A\right)}\,;\ \mu = \frac{n^f\,(\Delta I)}{n^A\left(i^A - i_0^A\right)} = \mu^g + \mu^f \quad (59)$$

sendo μ^f e μ^g os valores de μ correspondentes ao elemento líquido e ao gasoso.

Resulta das equações (53) e (55) que o aumento suplementar de $\frac{\Delta Q}{\hat{Q}}$ para $\varepsilon^f = 1$ é dado por:

$$\left(\frac{\Delta Q}{\hat{Q}}\right)_1^f = \left(\frac{\Delta Q}{\hat{Q}}\right)_1 - \left(\frac{\Delta Q}{\hat{Q}}\right)_1^g = \frac{-n^f\,(i_3^f - i_0^f)}{n^A\,(i_2^A - i_3^A)}$$

e que o aumento suplementar de $\frac{\Delta\eta_1}{\hat{\eta}_1}$ é dado por uma mudança de sinal da mesma expressão e pela equação (59):

$$\frac{\Delta\eta_1{}^f}{\hat{\eta}_1} = \frac{\Delta\eta_1}{\hat{\eta}_1} - \frac{\Delta\eta_1{}^g}{\hat{\eta}_1} = \frac{\mu^f\left(i_3{}^A - i_0{}^A\right)}{\left(i_2{}^A - i_3{}^A\right)}$$

Aplicando de novo a relação (23), tem-se:

$$\Delta\eta_1^f = \mu^f\,\frac{\hat{\eta}_1^2}{\hat{\eta}_0}\,(1 - \hat{\eta}_0) \qquad \Delta\eta_1 = \Delta\eta_1^g + \Delta\eta_1^f \quad (60)$$

e com a ajuda de (58) e (59)

$$\Delta\eta_1 = -\hat{\chi}^g\,.\,\frac{\alpha^g \log_n \phi}{\phi - 1}\,(1 - \hat{\eta}_1) - (1 - \hat{\eta}_1)\,\mu^g + \\ + \mu\,\frac{\hat{\eta}_1^2}{\hat{\eta}_0}\,(1 - \hat{\eta}_0) \quad (61)$$

As equações (58), (61) e (52) são as definitivas que permitem calcular a variação de rendimento térmico quando do emprego de combustíveis líquidos.

É preciso agora completar a equação (57) juntando o termo:

$$\left(\frac{\Delta Q}{\hat{Q}}\right)_1^f = -\frac{\Delta\eta_1^f}{\hat{\eta}_1} = -\mu^f\,\frac{\hat{\eta}_1}{\hat{\eta}_0}\,(1 - \hat{\eta}_0)$$

e obtém-se:

$$\left(\frac{\Delta Q}{\hat{Q}}\right)_1 = -\hat{\chi}^g\,\frac{\alpha^g.\log_n \phi}{\phi - 1} - \mu^g - \mu\,\frac{\hat{\eta}_1}{\hat{\eta}_0}\,(1 - \hat{\eta}_0) \quad (62)$$

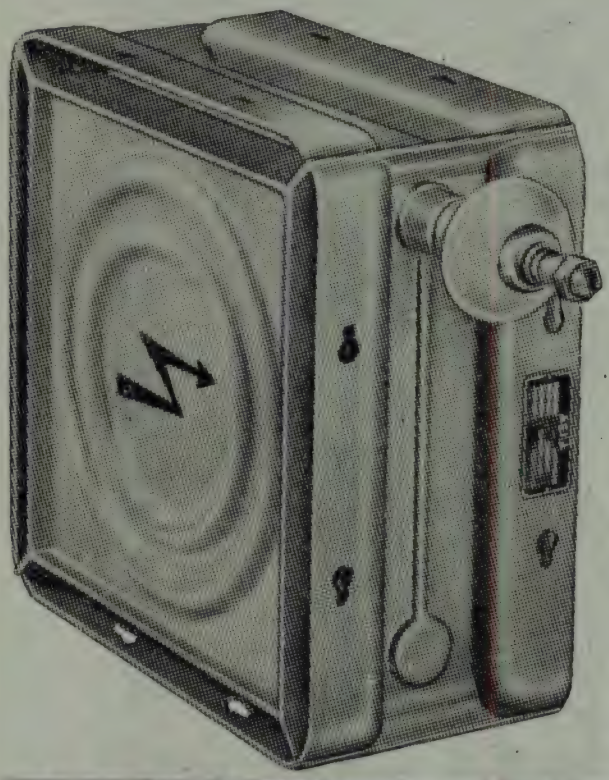
Mudança de fluido no ciclo de referência

Nos combustíveis gasosos escolhemos como fluído motor para o ciclo de referência uma mistura de ar e combustível a fim de poder comparar as partes dos dois ciclos antes da combustão. Esta comparação permitiu verificar a diferença existente entre os rendimentos térmicos nos dois casos — combustão interna e combustão externa — mas na prática não se utiliza nunca um tal fluido. É preciso considerar o caso efectivo dum ciclo de referência realizado com ar.

Basta calcular com a ajuda de (10) os novos valores que tomam η_1 e η_0 quando se passa do ar para a mistura combustível. A equação (9) pode escrever-se:

$$\eta_0 = 1 - \frac{(T_3 - T_0)\,\hat{\lambda}_K}{(T_2 - T_1)\,\hat{\lambda}_Z}\,;\ \eta_1 = 1 - \frac{(T_1 - T_0)\,\hat{\lambda}_K}{(T_2 - T_3)\,\hat{\lambda}_E} \quad (63)$$

Compense o FACTOR de POTENCIA
com CONDENSADORES



ASEA

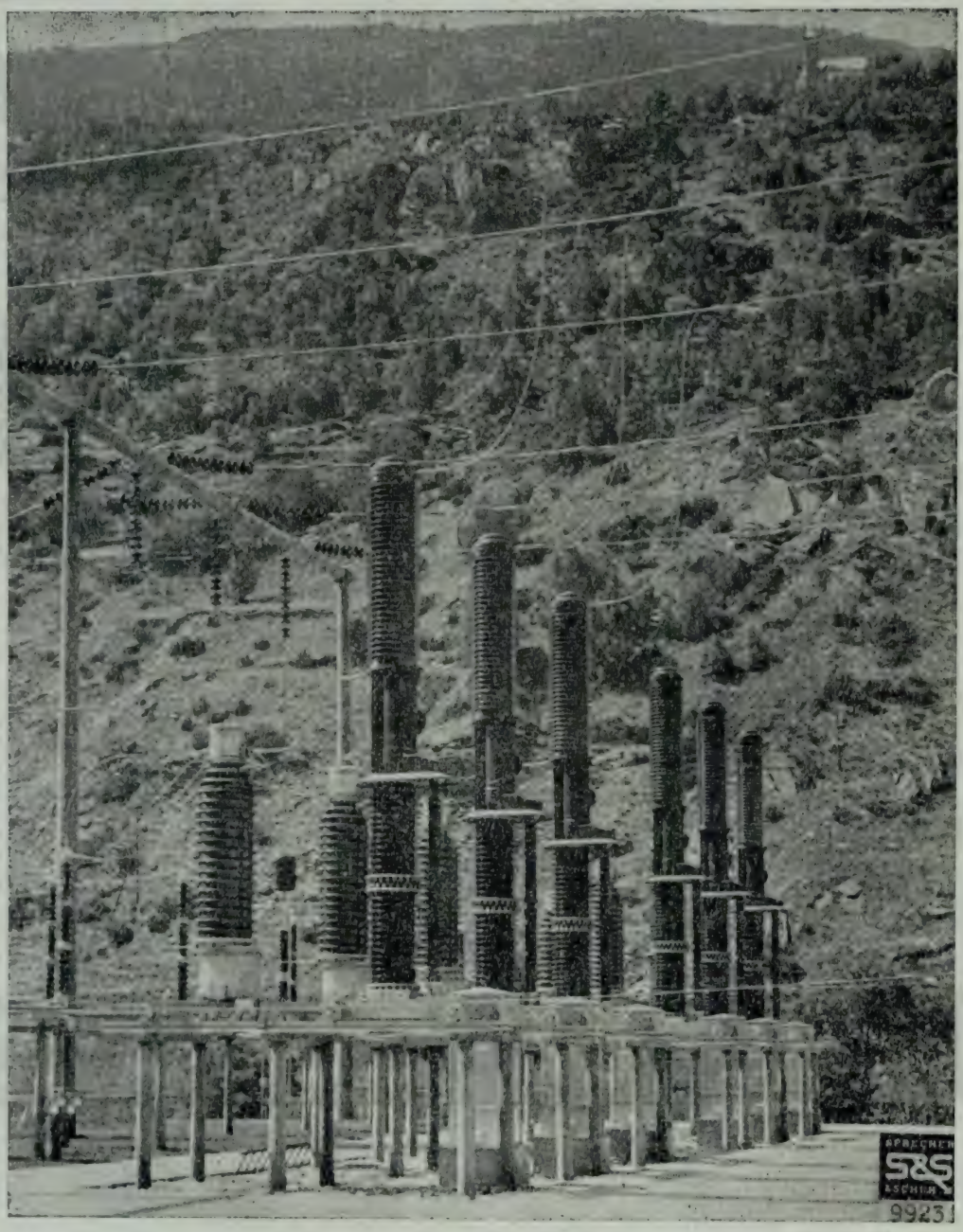
Confie os seus problemas de compensação à nossa
SECÇÃO TÉCNICA

JAYME DA COSTA, L.DA

FABRIQUE D'APPAREILLAGE ELECTRIQUE

SPRECHER ET SCHUH

AARAU — SUÍÇA



Disjuntores ortojectores, pequeno volume de óleo, tipo HPF 114 m, 1000 A, 220 kV, 5000 MVA, em serviço numa sub-estação suíça

Representantes gerais para Portugal Continental e Ultramar:

SOCOTEL, L.DA

Rua de Sá da Bandeira, 651-4.º Esq.

Tel. 27013 PPC **PORTO**

em que $\bar{\lambda}$ é a média aritmética dos calores específicos tomados sem dimensões à custa de R. Os domínios para os quais se estabelece esta média são dados pelos índices x pela refrigeração (3-0), z pela recepção de calor (1-2), K pela compressão (0-1) e E pela expansão (3-2). Admite-se que T_0 T_1 e T_2 têm os mesmos valores para os dois ciclos de referência, utilizando veículos de calor diferentes. As relações de compressão devem então ter valores diferentes escolhidos em função das propriedades dos fluidos. As temperaturas T_3 são igualmente diferentes.

A variação sofrida pelo rendimento pode calcular-se em dois escalões. Tomando o logarítmo de cada membro das relações (63) e diferenciando obtém-se:

$$-\frac{d\,\eta_0}{1-\eta_0} = \frac{d\,\bar{\lambda}_x}{\bar{\lambda}_x} - \frac{d\bar{\lambda}_z}{\bar{\lambda}_z}$$

$$-\frac{d\,\eta_1}{1-\eta_1} = \frac{d\,\bar{\lambda}_k}{\bar{\lambda}_k} - \frac{d\,\bar{\lambda}_E}{\bar{\lambda}_E}$$

O segundo escalão consiste em determinar a variação de rendimento térmico causada por uma mudança de T_3. Esta variação não é dada por (29) porque P não é constante, mas sim por $\varphi = \frac{T_1}{T_0}$ visto que:

$\varphi = P^{\frac{1}{\eta_k}\bar{\lambda}_k}$, tira-se das relações (17) e (27):

$$\log \phi = \log T_2 - \log T_3 = \eta' \,(\log \varphi)\, \frac{\bar{\lambda}_k}{\bar{\lambda}_E}$$

e depois de diferenciar

$$d\,T_3 = -\,T_3 \log_n \phi \left[\frac{d\,\bar{\lambda}_k}{\bar{\lambda}_k} - \frac{d\,\bar{\lambda}_E}{\bar{\lambda}_E}\right]$$

e por (30):

$$d\,i_3 = \alpha \left(\frac{d\,\bar{\lambda}_E}{\bar{\lambda}_E} - \frac{d\,\bar{\lambda}_k}{\bar{\lambda}_k}\right) (\log \phi)\, \bar{\lambda}_E\, R\,.\,T_3$$

A comparação com (29) mostra que a variação correspondente dos rendimentos é representada agora pelos primeiros termos dos segundos membros das equações (39) nas quais se terá substituído $\tilde{\gamma}$ por $\tilde{\gamma}_E - \tilde{\gamma}_k$.

$$\tilde{\gamma} = \frac{\bar{\lambda}^M}{\lambda^A} - 1 \quad \text{e} \quad \hat{\gamma} = \frac{\bar{\lambda}^M}{\bar{\lambda}^A} - 1$$

Os índices inferiores indicam de novo os domínios dos valores médios.

A variação $\Delta\,\hat{\eta} = \hat{\eta} - \hat{\eta}^A$ que sofre o rendimento quando o fluido muda é:

$$\Delta\,\hat{\eta}_0 = -\,(\tilde{\gamma}_E - \tilde{\gamma}_K)\,\frac{\alpha\,.\log\phi}{\phi - 1}\cdot\frac{\hat{\eta}_0}{\hat{\eta}_1} + (1-\hat{\eta}_0)\,(\hat{\gamma}_z - (\hat{\lambda}_x)$$

$$\Delta\,\hat{\eta}_1 = -\,(\tilde{\gamma}_E - \tilde{\gamma}_K)\,\frac{\alpha\,.\log\phi}{\phi - 1}\cdot(1-\hat{\eta}_1) + (1-\hat{\eta}_1)\,(\tilde{\gamma}_E - \hat{\gamma}_K) \qquad (64)$$

Números característicos das reacções

Os números característicos das reacções μ, ν e χ dependem da natureza do combustível e do excesso de ar na combustão. As relações (37) podem ser estabelecidas na base de considerações termodinâmicas. É por isso necessário, para cada combustível, conhecendo o excesso de ar, fixar dois dos valores para caracterizar a combustão. Para calcular as grandezas em jogo consideremos as equações gerais da reacção:

$$\left.\begin{array}{l} g\,G + f\,F + \;\; O \rightarrow c\,C + b\,I \\ \qquad\qquad\quad n\,N \rightarrow n\,N \\ \qquad\qquad\quad \xi\,A \rightarrow \xi\,A \end{array}\right\} \qquad (65)$$

G → combustível gasoso.
F → » líquido.
O → oxigénio.
N → elementos inertes.
A → ar em excesso.
C → produtos da combustão completa.
$g, f, l, n, \xi, c,$ → número de moléculas de cada um dos elementos, referidos ao número de moléculas de oxigénio suposto igual à unidade.
b I → calor desenvolvido pela reacção

A relação $\frac{\xi}{1+n}$ ou este valor habitualmente aumentado duma unidade, denomina-se excesso de ar. Se $\xi = 0$ a combustão diz-se com ar teórico ou estequiométrica; ξ depende da eficácia ε do recuperador de calor. Só consideraremos o caso em $\varepsilon^f = 0$.

O balanço energético correspondente a (65), supondo o mesmo estado e a mesma temperatura antes e depois da combustão, escreve-se:

$$g\,i_{1'}^G + f\,i_0^F + i_{1'}^0 = c\,i_{1'}^C + b\,I_0 + g\,\Delta I_{1'} + f\,\Delta I_{1'}^g \qquad (66)$$

O poder calorífrico do combustível (fig. 2) no estado zero é:

$$b\,I_0 = g\,i_0^G + f\,i_0^F + i_0^O - c\,i_0^C$$

As correcções a fazer ao poder calorífrico são:

$$g\,\Delta I_{1'} + f\,\Delta\,i_{1'}^g = g\,(i_{1'}^G - i_0^G) + (i_{1'}^O - i_0^O) - c\,(i_{1'}^C - i_0^C) = (g\,\bar{\lambda}_0^G + \bar{\lambda}_0^O - \bar{\lambda}_0^C)\,(T_{1'} - T^0)\,R \qquad (67)$$

Os $\bar{\lambda}_0$ são referidos ao intervalo 0 — 1'. O balanço energético da combustão adiabática pode escreve-se:

$$(g\,i_{1'}^G + f\,i_0^F + i_{1'}^O) + n\,i_{1'}^N + \xi\,i_{1'}^A = c\,i_2^C + n\,i_2^N + \xi\,i_2^A$$

Substituindo a expressão entre parêntesis pela tirada de (66) tem-se:

$$\xi = \frac{b\,I_0 + g\,\Delta I_1 + f\,\Delta I_{1'}^g}{(i_2^A - i_{1'}^A)} - \frac{c\,(i_2^C - i_{1'}^C) + n\,(i_2^N - i_{1'}^N)}{(i_2^A - i_{1'}^A)}$$

e considerando (67):

$$\xi = \frac{b\,T_0}{i_{2'}^A - i_{1'}^A} + \frac{g\,\bar{\lambda}_0^G + \bar{\lambda}_0^O - c\,\bar{\lambda}_0^C}{\bar{\lambda}_{2'}^A} \cdot \frac{T_{1'} - T_0}{T_2 - T_{1'}} - \frac{c\,\bar{\lambda}_{4'}^C + n\,\bar{\lambda}_{2'}^N}{\bar{\lambda}_{2'}^A} \tag{68}$$

Os $\bar{\lambda}_{2'}$ são considerados nos domínios $1' - 2$.

Desde que se conheça ξ, é fácil calcular os números característicos das reacções.

As definições dadas e (65) permitem escrever:

$$\nu^g = \frac{c - 1 - g}{1 + n + \xi + g} \qquad \mu^g = \frac{g\,\bar{\lambda}^G + \bar{\lambda}^O - c\,\bar{\lambda}^C}{(1 + n + \xi)\,\bar{\lambda}^A + g\,\bar{\lambda}^G} \tag{69}$$

Para $\bar{\lambda}^g$:

$$\bar{\lambda} = -\frac{\mu + \nu}{1 + \nu} \tag{70}$$

No que respeita à modificação do fluido do circuito de referência, pode escrever-se por analogia com o parágrafo anterior:

$$\lambda = -\mu = \frac{g\,(\lambda^G - \lambda^A)}{(1 + n + \xi + g)\,\lambda^A}$$

Ciclo com combustão externa

Quando do emprego de ciclos como o b e c da figura 1, o ar comburente (com ou sem combustível) que é tomado na atmosfera é primeiro aquecido até à temperatura de a' pelos gases de escape. A temperatura T_c atingida depois de combustão adiabática na caldeira é superior a T_2. Os gases de combustão cedem o seu calor ao ar do circuito da turbina, antes da sua expansão, e abandonam o sistema no estado b depois de terem servido para aquecer o ar comburente.

Os balanços energéticos da combustão, do aquecimento do fluído motor, do aquecimento do ar comburente e da recuperação podem escrever-se:

$$\left.\begin{aligned}
& n^M\, i_{a'}^M + n^f\, i_q^f = n^C\, i_c^C \\
& \varepsilon^+\, n^C\,(i_c^C - i_{1'}^C) = n^C\,(i_c^C - i_{b'}^C) = n^A\,(i_2^A - i_1^A) = \\
& \qquad = \varepsilon^*\, n^A\,(i_{2'}^A - i_{1'}^A) = Q_1 \\
& n^M\,(i_{a'}^M - i_a^M) + n^f\,(i_q^f - i_a^f) - W_p = \\
& = n^C\,(i_{b'}^C - i_b^C) = \varepsilon^C\, n^C\,(i_{b'}^C - i_a^C) \\
& (i_{1'}^A - i_1^A) = \varepsilon\,(i_3^A - i_1^A) = (i_{3'}^A - i_3^A)
\end{aligned}\right\} \tag{71}$$

W_p representa o trabalho que deve assegurar o escoamento do fluído no circuito a c b. As equações (71) servem ao mesmo tempo para definir os diferentes graus de eficácia $\varepsilon\,(\leq 1)$ dos permutadores.

Q_1 é a quantidade de calor transmitida ao fluído motor; q exprime o estado do combustível líquido depois do aquecimento.

W e Q deduzem-se de (1) e (4):

$$W = (n^M\, i_a^M + n^f\, i_a^f - n^C\, i_b^C) - n^A\,(i_{3'}^A - i_0^A) \tag{72}$$

$$Q = n^M\, i_a^M + n^f\, i_a^f - n^C\, i_a^C \tag{73}$$

Por (71):

$$W = n^A\,[(i_2^A - i_3^A) - (i_{1'}^A - i_0^A)] - W_p$$

$$Q = Q_1 + (i_b^C - i_a^C) - W_p$$

W_p — representa as perdas de calor na caldeira. Por outro lado

$$\Delta W = -\,w_p$$
$$\Delta Q = n^C\,(i_b^C - i_a^C) - W_p$$

dão a diferença do trabalho e consumo de calor em relação aos ciclos de referência (53) e (54) e por intermédio de (71) e (23) tem-se:

$$\left.\begin{aligned}
& \frac{\Delta W}{\dot{W}} = -\frac{W_p}{\dot{W}} \\
& \left(\frac{\Delta Q}{\dot{Q}}\right)_0 = (1 - \varepsilon^C)\,. \\
& \cdot\left\{\left(\frac{1}{\varepsilon^+} - 1\right) + \frac{\beta\varepsilon^*}{\varepsilon^+}\left[\frac{\hat{\tau}_0}{\hat{\tau}_1}(1 - \hat{\tau}_1) + \frac{i_0^A - i_a^A}{i_2^A - i_1^A}\right]\right\} - \\
& \qquad - \hat{\tau}_0\,\frac{W_p}{\dot{W}}\ ;\ (\varepsilon = 0) \\
& \left(\frac{\Delta Q}{\dot{Q}}\right)_1 = (1 - \varepsilon^C)\,. \\
& \cdot\left\{\left(\frac{1}{\varepsilon^+} - 1\right) + \frac{\beta\varepsilon^*}{\varepsilon^+}\left[\frac{\hat{\tau}_1}{\hat{\tau}_0}(1 - \hat{\tau}_0) + \frac{i_0^A - i_a^A}{i_2^A - i_1^A}\right]\right\} - \\
& \qquad - \hat{\tau}_1\,\frac{W_p}{\dot{W}}\ ;\ (\varepsilon = 1)
\end{aligned}\right\} \tag{74}$$

onde:

$$\beta = \frac{\bar{\lambda}_a^C}{\bar{\lambda}_a^A} \cdot \frac{\bar{\lambda}_c^A}{\bar{\lambda}_c^C} = \frac{i_{1'}^C - i_a^C}{i_a^A - i_a^A} \cdot \frac{i_a^A - i_{1'}^A}{i_c^C - i_{1'}^C}$$

Exemplos numéricos

Para dar uma ideia das grandezas em jogo vamos ver alguns exemplos. Suponhamos para um ciclo de referência utilizando ar como fluido motor as temperaturas seguintes:

$$T_a = T_0 = 288^\circ\ K\ (15^\circ\ C)$$
$$T_1 = 447^\circ\ K$$
$$T_2 = 923^\circ\ K\ (650^\circ\ C)$$
$$T_3 = 682^\circ\ K$$

$$T_c = 2273^0\ K \qquad (2000^0\ C)$$

A relação de compressão $\frac{p_1}{p_0}$ correspondente a 4. As perdas de carga devidas à recuperação do calor e

as perdas devidas aos atritos na turbina e compressor são tomadas em consideração fazendo:

$$\eta_E = \eta_K = 0{,}87 \qquad \eta_P = 0{,}965$$

Para o ciclo com combustão interna, admitimos que isto dá lugar às reacções seguintes que são as mais frequentes na prática:

(A)	(C) $+ O_2 \rightarrow CO_2$	$+ 50.000$ K
(B)	4 (H) $+ O_2 \rightarrow 2OH_2$	$+ 50.000$ K
(C)	$\frac{1}{2} CH_4 + O_2 \rightarrow \frac{1}{2} CO_2 + OH_2$	$+ 48.000$ K
(D)	$2\ CO + O_2 \rightarrow 2\ CO_2$	$+ 68.000$ K
(E)	$2\ H_2 + O_2 \rightarrow 2OH_2$	$+ 58.000$ K

Os símbolos entre parêntesis nas equações (A) e (B) indicam que se trata de combinações químicas líquidas. Os números dados no fim das equações indicam o calor desenvolvido pela reacção a cerca de 15° C e foram divididos por R (constante dos gases perfeitos) para serem expressos em unidades Kelvin de temperatura. Estes números correspondem para (A) e (B) ao valor médio para os combustíveis líquidos; para os casos (C), (D), (E) foram estabelecidos a partir de trabalhos de F. D. Rossini. A figura 5 mostra, para os diferentes gases, as curvas de calor específico λ em função de temperatura, segundo Justi. Este mesmo autor permite calcular os rendimentos do ciclo de referência.

$$\eta_0 = 0{,}204 \qquad \eta_1 = 0{,}397$$

Os resultados dos cálculos estão agrupados no quadro seguinte:

	(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
$\varepsilon = 0$					
ν	0	+0,0380	0	−0,0279	−0,0346
μ	−0,0181	−0,0492	−0,0031	−0,0010	+0,0194
$\varkappa$	+0,0207	+0,0131	−0,0014	+0,0329	+0,0195
$\Delta\eta_0$	−0,0044	+0,0065	+0,0008	−0,0139	−0,0131
$\varepsilon = 1$					
ν	0	+0,0198	0	−0,0141	+0,0162
μ	−0,0094	−0,0256	−0,0010	−0,0005	+0,0101
$\varkappa$	+0 0107	+0,0070	−0,0007	+0,0167	+0,0083
$\Delta\eta_1$	−0,0055	−0,0038	+0,0010	−0,0084	−0,0042
$\varepsilon = 0{,}75$					
ν	0	+0,0246	0	−0,0177	−0,0195
μ	−0,0116	−0,0318	−0,0020	−0,0007	+0,0126
$\varkappa$	+0,0134	+0,0084	−0,0009	+0,0203	+0,0098
$\Delta\eta$	−0,0051	−0,0003	+0,0011	−0,0103	−0,0072

A correcção para o ciclo de referência já está feita para as reacções (C), (D) e (E). Em contrapartida, não se considerou o facto de o ar comburente ser comprimido separadamente e do combustível ser gasoso.

Os números característicos das reacções:

υ^g, μ^g, χ^g para os casos (A) e (B)

υ, μ χ para os casos (C) (D) e (E)

foram calculados para os componentes gasosos.

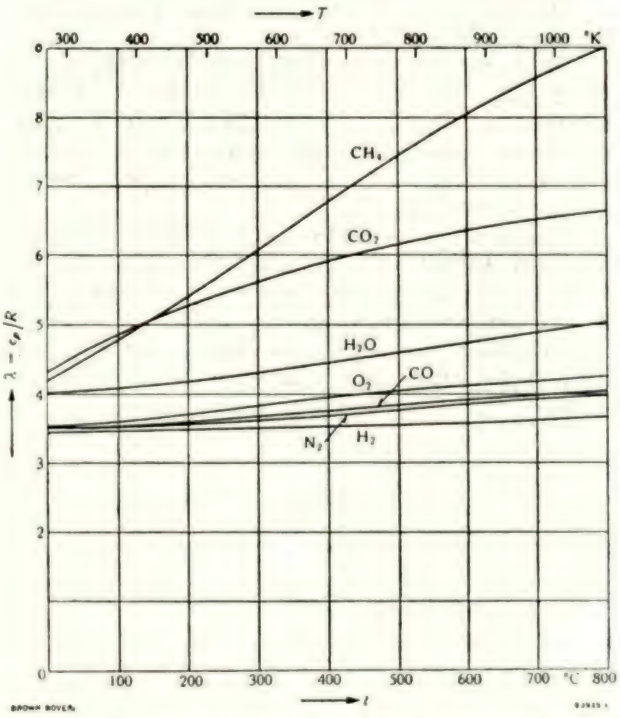


Fig. 5 — Calores específicos de alguns gases considerados como perfeitos

As curvas, traçadas a partir dos dados de Justi dão em ordenadas os calores específicos isóbaros sem dimensões divididos por R.

Para o ciclo com combustão externa, tem-se:

$$\varepsilon^* = 0{,}235 \quad \text{para } \varepsilon = 0$$
$$\varepsilon^* = 0{,}1375 \quad \text{para } \varepsilon = 1$$

Desprezando W_P obtém-se finalmente:

$\Delta\eta_0 = 0{,}0038 \quad \Delta\eta_1 = -0{,}0133 \quad$ para $\varepsilon^C = \varepsilon^+ = 0{,}9$

$\Delta\eta_0 = 0{,}0076 \quad \Delta\eta_1 = -0{,}0241 \quad$ para $\varepsilon^C = \varepsilon^+ = 0{,}85$

$\Delta\eta_0 = 0{,}0130 \quad \Delta\eta_1 = -0{,}0372 \quad$ para $\varepsilon^C = \varepsilon^+ = 0{,}8$

Conclusões

Os resultados dos cálculos reunidos no quadro mostram nìtidamente a importância de distinção a fazer em termodinâmica entre um ciclo aberto e adiabático e um ciclo fechado e não adiabático. A variação do rendimento duma máquina de combustão em circuito aberto é habitualmente explicado por uma mudança de volume do fluido ou seja do seu número de moléculas.

Como se mostrou, esta mudança manifesta-se só indirectamente por intermédio duma relação termodinâmica entre a variação do poder calorífico e o do calor molar. A regra usual segundo a qual um aumento do número de moléculas melhora o rendimento térmico deve ainda ser completada com o seguinte: — Um aumento do poder calorífico acompanhando uma elevação de temperatura traduz-se em geral por um melhoramento do rendimento.

Nos casos que se estudou, só para o hidrogénio — reacção E, — é que o poder calorífico aumenta com a temperatura ($\mu > 0$). A diminuição que sofre o rendimento em virtude da diminuição do número de moléculas é então parcialmente compensado por este aumento do poder calorífico.

Na combustão de compostos líquidos de hidrogéneo, reacção (B), as duas variações produzem-se em sentido inverso e observa-se mesmo para $\varepsilon = 1$, assim que a temperatura aumenta, uma diminuição do rendimento apesar do aumento do número de moléculas. Na reacção (C), produz-se uma melhoria do rendimento sem que o número de moléculas aumente apesar da diminuição que sofre o poder calorífico assim que a temperatura aumente ($\mu < 0$). É preciso que se conceba a razão disso pelo facto de que na realidade o poder calorífico aumenta com a temperatura desde a expansão (2-3), de forma que o primeiro termo do segundo membro da equação (39) torna-se positivo e maior que o segundo.

Os cálculos relativos ao ciclo com combustão externa fazem aparecer também as perdas que são próprias deste ciclo e o distinguem do ciclo de referência sem combustão.

Estes cálculos não têm evidentemente por fim senão trazer à superfície as relações entre fenómenos puramente termodinâmicos, de modo a facilitar a formação duma opinião na comparação de todas as vantagens e inconvenientes de diversas soluções consideradas tanto sob o ponto de vista económico como do de exploração.

L. S. Dzemg.

(Extraído de *Revue Brown Boveri*, tomo 43, n.º 3/4).

BIBLIOTECA
FICHEIRO

Classificadores responsáveis:

José F. da Silva Pinharanda, Alexandre Gomes Cerveira, Carlos Ramalho Carlos, Alberto Esteves Guerra, Mário da Rocha Frazão e Guilherme Francês Correia

---

Recortar as indicações bibliográficas que formam uma ficha e estão encimadas por CDU (Classificação Decimal Universal).

Colar cada referência num pequeno rectângulo de cartolina de 75 × 125 mm.

Ordenar pelos índices decimais, *começando da esquerda para a direita,* independentemente do número de algarismos que o índice contiver, e respeitando a seguinte regra de arrumação dos sinais auxiliares:

+ / n.os simples : [ ] = (01/09) (1/9) (=) " "A/Z — .0 .00

Consultar, em casos duvidosos, a exemplificação inserida na «Técnica» n.º 218 e seguintes, ou recorrer à Biblioteca da A. E. I. S. T.

Notar que a inserção das fichas nesta publicação respeita a ordem correcta, no intuito de a esclarecer o mais possível.

A comodidade de possuir no próprio local de trabalho um arquivo ordenado e de fácil consulta sobre assuntos que se sabe onde existem, é uma das evidentes vantagens de um ficheiro classificado segundo a CDU

Os assuntos de que estas fichas são referência ficam patentes à consulta a partir desta data.

LIVROS

C. D. U. 621.3.002 (43) (091)

Historia de la Casa Siemens — Tomo I (1847-1922), por *Georg Siemens*. Versão espanhola.

Editorial Karl Alber, Friburgo de Brisgovia e Munich (Alemanha). 1956. 420 págs. 15 × 22,5.

Trata-se dum estudo crítico da evolução da empresa electrotécnica Siemens.

A obra pretende situar-se entre um estudo que satisfaça as exigências científicas e um livro popular. Julgamos que alcança inteiramente este objectivo.

Este primeiro tomo compreende 21 capítulos:

I — O Instituto de construções telegráficas; II — Os negócios na Europa; III — Telegrafia transcontinental; IV — As transacções internacionais; V — A genesis da corrente de alta tensão; VI — A luta pela supremacia; VII — A revolução da corrente alterna; VIII — O telefone; IX — As explorações; X — A Sociedade Anónima; XI — Os frutos da teoria de Maxwell; XII — As grandes fusões; XIII — Electroquímica; XIV — Desenvolvimento da técnica de telecomunicação; XV — A fábrica de Wernerwerk; XVI — Nova luz; XVII — Expansão da técnica da corrente de alta tensão; XVIII — Representações no país e no estrangeiro; XIX — Siemensstadt; XX — A primeira guerra mundial; XXI — A liquidação de guerra.

C. D. U. 531

Mecânica Racional — *Luís de Almeida Alves.*

A. E. I. S. T., 1955-56, vol. 1.

C. D. U. 539.13/15

La structure moléculaire — *B. Pullman.*

Presses Univ. de France, 1953, vol. 1, págs. 119.

C. D. U. 621.315.66 : 624.074.6.001.57

Experimental study of towers for high tension lines — *J. Ferry Borges* e *J. Arga e Lima.*

L. N. E. C., Lisboa, 1956, vol. 1, págs, 14.

C. D. U. 624.041.2

Considerações sobre o método clássico de resolução das estruturas hiperestásticas — *Telemaco Van Langendonck.*

Associação Brasileira de Cimento Portland, 1954, vol. 1, págs. 9.

C. D. U. 624.042.7 : 519.2

Statistical estimate of seismic loading — *J. Ferry Borges.*

L. N. E. C., Lisboa, 1956, vol. 1, págs. 10.

85 indicações bibliográficas.

C. D. U. 624.067.2

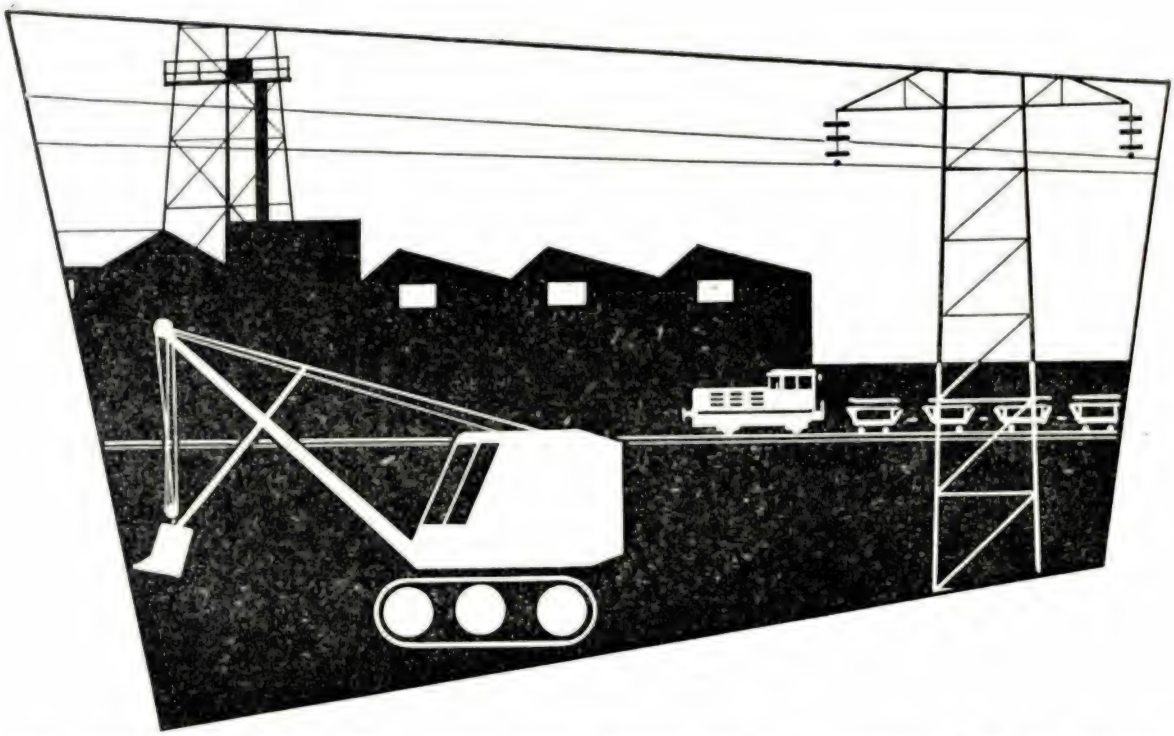
Juntas de Trabalho — *H. Novais Ferreira.*

L. N. E. C., Lisboa, 1955, págs. 13.

C. D. U. 624.074.6.001.57 : 621.315.66

Experimental study of towers for high tension lines — *J. Ferry Borges* e *J. Arga e Lima.*

L. N. E. C., Lisboa, 1956, vol. 1, págs. 14.



MERCEDES-BENZ

MOTORES INDUSTRIAIS DIESEL

MOTORES PARA TODAS AS APLICAÇÕES INDUSTRIAIS
FAMOSOS EM TODO O MUNDO PELA SUA GRANDE ROBUSTÊS, ECONOMIA
DE CONSUMO E FACILIDADE DE MANUTENÇÃO
MODELOS DESDE 15 A 2.500 H. P.

EM ARMAZÉM:

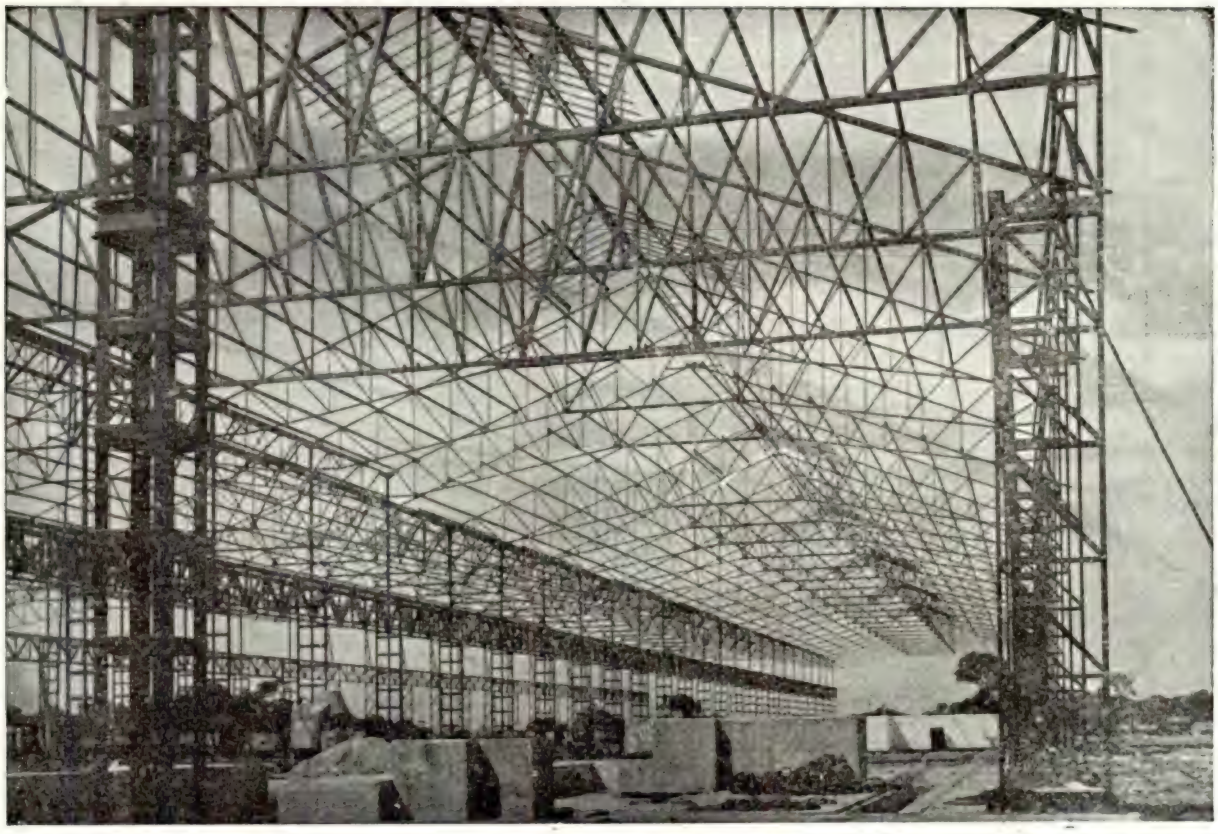
MODELO M B 841 B	25 H. P. — 1.000 R. P. M.
MODELO M 202 B	55 H. P. — 1.200 R. P. M.
MODELO M 203 B	90 H. P. — 1.200 R. P. M.
MODELO M 204 B	120 H. P. — 1.200 R. P. M.

OUTROS MODELOS PARA ENTREGA MUITO RÁPIDA

MOTORES A 4 TEMPOS - ARREFECIMENTO POR ÁGUA
ARRANQUE A AR COMPRIMIDO OU ELÉCTRICO

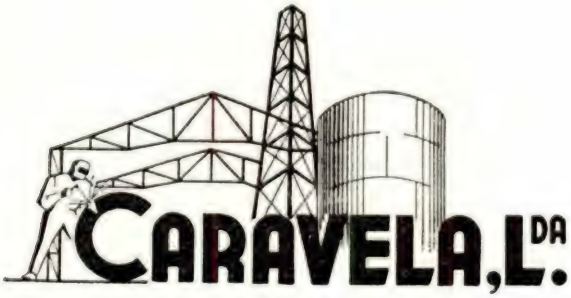
REPRESENTANTES C. SANTOS LDA. — DIVISÃO MARÍTIMA E TÉCNICA

29, AV. DA LIBERDADE, 41 — LISBOA
160, R. DE S.TA CATARINA, 168 — PORTO



Vista da nave das máquinas das instalações da Lusalite em África
Executada pela Fábrica Metalúrgica e Construtora CARAVELA, LTD.ª (Antiga OMES)

FABRICA METALURGICA E CONSTRUTORA



Nesta oficina executam-se também outros trabalhos; como:

Reservatórios, estruturas metálicas para aparelhos de elevação, postes metálicos, condutas metálicas, pontes metálicas, etc.

Sede: Avenida Infante D. Henrique — Talhão 10 — LISBOA

Telef. 399008 / 399 480

C. D. U. 624.131.6

O comportamento da água nos solos — *Úlpio do Nascimento.*

L. N. E. C., Lisboa, 1955, vol. 1, págs. 45.

C. D. U. 624.2/8 (094.7)

Regulamento de pontes metálicas, de betão armado e não armado.

Revista de Engenharia, 1956, vol. 1, págs. 80.

C. D. U. 625.734.001.4

Tests for road soils — *Pimentel dos Santos.*

Lab. Ensaios Materiais e Mecânica dos Solos, 1955, vol. 1.

C. D. U. 629.114.8.0

Manual de Automóviles — *Paz, M. Arias.*

Dossat, Madrid, 1948, vol. 1, págs. 647.

ARTIGOS DE REVISTAS

C. D. U. 331.875

El «automatismo» llegará a originar el paro? — *Francisco Donis.*

Revista Industrial y Fabril, 6-956, vol. 11, n.º 117, pág. 302-307.

C. D. U. 336.2.027.8

Isenções e Impostos — *Vergílio Moreira.*

Revista de Economia, 6-956, vol. 9, n.º 2, pág. 89-92

C. D. U. 517.947

Um algoritmo útil na solução das equações diferenciais (às derivadas parciais, linear de coeficientes constantes — *Miguel Mauricio da Rocha.*

Revista da Escola de Minas, 1-956, vol. 20, n.º 2, pág. 3-5.

C. D. U. 532.595 (084.21)

Abaque caractérisant le fonctionnement d'une cheminée déversant à étrarglement optimum — *L. Escande.*

La Houille Blanche, 9-955, n.º 8, pág. 671.

C. D. U. 534 : 621.38

Equipe electrodynamica para pruebas de vibración — *J. F. A. Rooseloom.*

Philips, 1954, vol. 1, n.º 8, pág. 8-9.

C. D. U. 536.4 : 620.93

Centrales hidro-solares — *L. Vadot.*

Informes de la Construccion, 2-956, n.º 78.

C. D. U. 537.531

A difracção de raios X e suas aplicações — *Jair da Silva.*

Revista da Escola de Minas, 10-955, vol. 20, n.º 1, pág. 3-7.

C. D. U. 539.17 : 621.499.4

Highlights of the Geneva Atomic Energy Conference.

Combustion, 9-955, vol. 27, n.º 3, pág. 67-78.

C. D. U. 546.799.3

Família radioactiva do Neptúnio — *Marieta da Silveira*

Ciência — A. E. F. C. L., 5-956, vol. 6, n.º 14, pág. 29-39.

25 referências bibliográficas.

C. D. U. 550.82 [771.3]

Câmara fotográfica para furos de sonda — *E. B. Burwell Jr.* e *R. H. Nesbitt.*

Revista da Escola de Minas, 6-956, vol. 20, n.º 4, pág. 39-42.

C. D. U. 552.3 (469.3)

Contribuição para o estudo dos granitos das Beiras e do sul do Douro Litoral — *J. M. Cotelo Neiva.*

Comunicações dos Serviços Geológicos de Portugal, 1955, vol. 36, pág. 69-32.

C. D. U. 552.3 (469.3)

Granitos do afloramento de Castelo Branco, Idanha-a-Nova e Gardunha — *J. M. Cotelo Neiva* e *F. Limpo de Faria.*

Comunicações dos Serviços Geológicos de Portugal, 1955, vol. 36, pág. 51-60.

C. D. U. 577.1

Acerca de compostos bioquímicos acumuladores da energia vital — *Kurt Jacobsohn.*

Ciência — A. E. F. C. L., 5-956, vol. 6, n.º 14, pág. 21-27.

C. D. U. 62.003.1

Engineering contrats. 3 — Movement of Plant and Materials — *F. H. B. Layfield.*

Engineering, 31-8-956, vol. 132, n.º 4.731, pág. 265-6

C. D. U. 620.171.3 : 669.27 — 426

The embrittlement of tungsten by ammonia — *G. L. Davis.*

Metallurgia, 7-956, vol. 54, n.º 321, pág. 18-20.

Contém bibliografia.

C. D. U. 620.172 : 620.1.05

Developpement des tecniques extensometriques — *L. Boiteux.*

Annales de l'Institut Tecnique du Batiment e T. P, 1-956, n.º 97, pág. 5-8.

C. D. U. 620.9 (679)

O problema da energia em Moçambique — *Manuel Pedro Romano.*

Boletim da S. E. Moçambique, 7-9-956, vol. 26, n.º 99, pág. 96-114.

C. D. U. 620.93 : 536.4

Centrales hidro-solares — *L. Vadot.*

Informes de la Construccion, 2-956, n.º 78.

SONDAGENS
FUNDAÇÕES
CAPTAÇÕES DE ÁGUA
REBAIXAMENTOS
DE NÍVEIS AQUÍFEROS

RUA RODRIGO DA FONSECA, 62-4.º D. · LISBOA · TELEF. 53873

AVANÇO L.da
11 RUA IVENS 13
TELEF 20334 · LISBOA

EQUIPAMENTOS para:

- indústria alimentar
- indústria farmacêutica
- indústria metalúrgica
- indústria química

CONSULTE OS NOSSOS SERVIÇOS TÉCNICOS E COMERCIAIS, SEM COMPROMISSO, SEMPRE QUE DESEJE ADQUIRIR EQUIPAMENTO INDUSTRIAL

Sociedade Avanço Limitada

MANIL

EXPORTAÇÃO · IMPORTAÇÃO

Sede: **Paço d'Arcos** – Av. Voluntários da República – Tel. 262 P. A.

CONSTRUÇÃO CIVIL

SERRAÇÃO E CARPINTARIAS MECÂNICAS
MADEIRAS E TACOS TRATADOS

Depósitos: CASCAIS — ESTORIL
PAÇO D'ARCOS — PAREDE

As oficinas estão apetrechadas com os maquinismos mais modernos e com estufa para secagem e tratamento de madeiras

C. D. U. 621 — 84 (091)

The internal-combustion engine — *C. St. Davison, M.SC., PH. D.*

Engineering, 31-956, vol. 182, n.º 4.721, pág. 268-260.

7 referências bibliográficas.

C. D. U. 621.3 : 678·5

Les matières plastiques dans l'éctricité. — *G. Fabre.*

Electricité, 7-8-956, 40.º année, n.º 269, pág. 167-170.

C. D. U. 621.3 — 526

Electric servomechanisms — *G. J. Lehmann.*

Electrical Comunication, 12-954, vol. 31, n.º 4, pág. 249-256.

C. D. U. 621.314.22.08 : 621.315.616.96

La technique de la résine synthétique coulée dans la construction des transformateurs de mesure — *Hartmann, H. et Vogel.*

Rev. Brown Boveri, t. 43 (1956), n.º 5, pág. 172-179 14 figuras.

C. D. U. 621.316.718.5.078

Os reguladores rápidos automáticos.

Suíça Técnica, 1956, n.º 2, pág. 42-44.

C. D. U. 621.34 : 621.944 : 5

The New Wire Rod Rolling Mill at Fagusta, Sweden — *W. Bengtsson.*

Asea Journal, 10-955, vol. 28, n.º 10, pág. 193-156.

C. D. U. 621.386.842

Una interessante aplication industrial del intensificador de imagem radiologica — *W. Vogel.*

Philips, 1956, vol. 3, n.º 4, pág. 74-76.

C. D. U. 621.67

La aspiracion de las bombas centrifugas — *San Juan Rubio.*

Annales de Mecanica y Electricidade, 7-8-956, vol. 33 n.º 4, pág. 171-178.

C. D. U. 621.89

Del engrase — *Angel Balbás.*

Revista Industrial y Fabril, 6-956, vol. 11, n.º 117 pág. 304-312.

C. D. U. 624.014 : 727.1

Bâtiments scolaires à ossature métallique.

Acier Stahl Steel, 5-956, n.º 5, pág. 201.

C. D. U. 624.014.25 (437)

Construction entièrement soudée d'une grande aciérie en Tchécoslovaquie — *Georg Norotny.*

Acier Stahl Steel, 4-956, n.º 4, pág. 161.

C. D. U. 624.131.6

Plano dos trabalhos de determinação do coeficiente de permeabilidade pelo método de campo: Thiem-Wenzel. Aplicação ao subsolo da Barragem da Pampulha — *J. Carvalho Lopes + Haroldo Z. da Silva.*

Revista da Escola de Minas, 9-956, vol. 20, n.º 5, pág. 50-53.

C. D. U. 624.152.635

Escoamento das cavas de fundação — *Carl Vicente Limmer.*

Engenharia Arquitetura — E. P. U. C., 7-955, n.º 1, pág. 25.

C. D. U. 628.22

Elementos para o dimensionamento de boeiros e galerias — *Geraldo Segadas Viana.*

Engenharia Arquitetura — E. P. U. C., 7-955, n.º 49.

C. D. U. 661.25

El procedimiento de «contacto húmedo» para la fabricación de ácido sulpírico — *G. Sánchez Marco.*

Ion, 8-956, vol. 16, n.º 181, pág. 461-466.

C. D. U. 661.3

A fabricação de álcalis em Cabo Frio (Brasil) — *Alfredo B. Gomes Martins.*

Revista do Club de Engenharia, 4-956, n.º 236, pág. 27-35.

C. D. U. 666.3.013.5

Une fabrique moderne de céramique — *Meuche, H. E.*

Rev. Brown, Boveri, t. 43 (1956), n.º 5, pág. 156-159, 4 figuras.

C. D. U. 669.018.2

Prodution of Special Alloys New Telcon Works at Crawley.

Metallurgia, 8-956, vol. 54, n.º 322, pág. 77-82.

C. D. U. 669.1 : 620.18

A New Etching Reagent for Steel and Cast Iron — *B. V. Guellard, B. Sc.*

Metallurgia, 8-956, vol. 54, n.º 322, pág. 93-96, 106.

Possui dados de bibliografia.

C. D. U. 669.1 (81)

A grande siderurgia nacional — *Renato Frota Azevedo.*

Revista da Escola de Minas, 5-956, vol. 20, n.º 3, pág. 13-18.

C. D. U. 669.15.24 — 194

The Effect of Nickel Content and Furnace Atmosphere on the Scale Formed on Nickel Steels — *K. Sachs.*

Metallurgia, 9-956, vol. 54, n.º 323, pág. 109-114.

Contém bibliografia.

C. D. U. 669.15.26-194 : 620.18

The metallographic structure of cast 11-14 % chromium steels — *Axn Færden.*

Metallurgia, 7-7-956, vol. 54, n.° 321, pág. 3-10.

Contém bibliografia.

C. D. U. 669.15.3

Characteristics of Copper — Infiltrated Porous Iron — *J. L. Elliott.*

Metallurgia, 11-955, vol. 52, n.° 313, pág. 226-234.

5 referências bibliográficas.

C. D. U. 669.184

Convertidores a oxigénio - *José Barbosa da Silva.*

Revista da Escola de Minas, 8-956, vol. 20, n.° 4, pág. 33-34.

C. D. U. 669 184

O Processo Bessemer na usina de Acesita — *José Penha Cysne.*

Revista da Escola de Minas, 8-956, vol. 20, n.° 4, pág. 35-38.

C. D. U. 669.2.001.5

The British Non-Ferrous Metals Research Association *E. C. Mantle.*

Metallurgia, 10-955, vol. 312, pág. 178-180, 184.

C. D. U. 669.24.26.28 : 545

Determination of Nickel Chromium and Molybdenum using the Spekker Absorptiometer — *J. Mánning, D. R. T. C., A. I. M.* and S. *Miller.*

Metallurgia, 1-956, vol. 53, n.° 315. pág. 50-52.

C. D. U. 669.245. — 17 : 541.68

Influence de l'état intrinsèque de cristallisation de certains alliages de nickel sur les propriétés mécaniques — *M.me A. R. Weill* (continuação).

Nickel, 7-8-9-956, vol. 22, n.° 3, pág. 59-64.

24 referências bibliográficas.

C. D. U. 669.245.018.2

Le nickel dans les alliages pour rechargement dur — *R. Meyer.*

Nickel, 7-8-9-956, vol. 22, n.° 3, pág. 53-58.

C. D. U. 669.686 : 621.357

Estanhamento electrolítico na usina de Volta-Redonda — *Pedro Silva.*

Revista da Escola de Minas, 8-956, vol. 20, n.° 4, pág. 15-24.

C. D. U. 669.715 : 620.196.001.4

Metal Coatings on Steel in contact with Aluminium Alloys : Some Comparative Tests — *S. C. Brit* and *R. W. de Vere Stacpool.*

Metallurgia, 8-955, vol. 52, n.° 310, pág. 64-70.

5 referências bibliográficas.

C. D. U. 669.718 : 669.14

The Heat Resistance and Application of Hot Dip Aluminized Sted — *M. L. Hughes, Ph. D., M. Sc , F. R. I. C., F. I. M.* and *D. E. G. Thomas, B. Sc., A. I. M.*

Metallurgia, 11-955, vol. 52, n.° 313, pág. 241-5.

7 referências bibliográficas.

C. D. U. 677 : 373.63

La Industria Textil y la formación de sus técnicos — *F. Torrella Niubó.*

Revista Industrial y Fabril, 6-956, vol 11 n.° 117, pág. 309-314.

C. D. U. 678 : 696.123

Les matieres plastiques dans la plomperie — *G. Guilland.*

Annales de l'Institut Tecnique du Batiment e T. P 1-956, n.° 97, pág. 89-95.

C. D. U. 678.017 + 678.01 : 54

Essais mécaniques convencionales et propriétés des plastiques — *D. J. van Wijk.*

Industrie des Plastiques Modernes, 2-956, vol. 8, n.° 2, pág. 26 a 28.

C. D. U. 678.06 : 536.8.48

Chambre froide de 230 m³ en plastique.

Industrie des Plastiques Modernes, 2-956, vol. 8, pág. 5 a 7.

C. D. U. 678.06 : 688

Comment s'oriente la fabrication des fleurs en plastiques ?

Industrie des Plastiques Modernes, 2 956, vol. 8, n.° 2, pág. 1 a 4.

C. D. U. 678.74-1

Constitution chimique et propriétés des hauts polimères — *G. Smets.*

Industrie des Plastiques Modernes, 2-956, vol. 8, n.° 2, pág. 31 a 34 ; 3-956, vel. 8, n.° 3, pág. 39 a 42.

C. D. U. 678.742.2.002

Évolution du polyéthylène (aspects téchniques) — *Louis C. Thibaut.*

Industrie des Plastiques Modernes, 2-956, vol. 8, n.° 2, pág. 35 a 37.

C. D. U. 69.002.2 : 728

Fabrication industrielle de huit logements por jour dans la région parisienne — *Camus.*

Annales de l'Institut Tecnique du Batiment e T. P. 5-956, n.° 101, pág. 427-454.

C. D. U. 69.002.2 (7)

Ce qu'ils ont vu en Amérique. Formation professionelle et prefabrication — *Vários.*

Annales de l'Institut Tecnique du Batiment e T. P. 1-956, n.° 97, pág. 96-108.

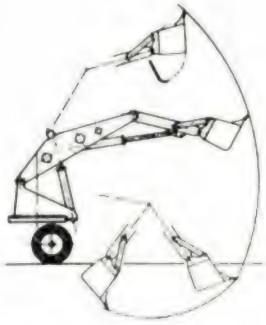
APARELHO HIDRÁULICO "Yumbo"

RAPIDEZ
EFICIÊNCIA
RENDIMENTO
ECONOMIA
BAIXA PRESSÃO
POTÊNCIA
MOBILIDADE

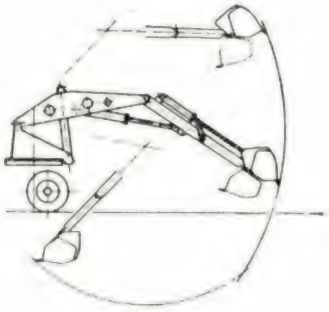
ÚNICO NO MUNDO!

COM ROTAÇÃO TOTAL CONTÍNUA DE 360°

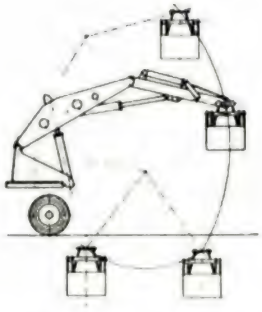
MONTAGEM FÁCIL SOBRE CAMION, LAGARTAS, VAGON, ETC.



COLHER FRONTAL



VALADORA



BALDE DE GARRAS

REPRESENTANTES EXCLUSIVOS

ESTABELECIMENTOS HEROLD, LIMITADA

RUA DOS DOURADORES, 7

LISBOA

C. D. U. 691.322 : 630.1

Zahlenmässige Bewertung des Kornzusammensetzung van Betonzuschlagstoffen — *Papovics.*
Acta Técnica, 1955, vol. 13, n.° 1-2, pág. 93-114.

C. D. U. 691.54.001.42

Resistencia del Hormigon en obra — *J. M. Tobio.*
Informes de Construcción, 10-956, vol. 9, n.° 84.

C. D. U. 693.570.722 : 624.025.334.21

An easily erected lighterceight floor.
Building Materials-Floors, 7-956, vol. 16, n.° 7, pág. 30.

C. D. U. 695.012.55

Gypsum for coofing.
Building Materials, 7-956, vol. 16, n.° 7, pàg. 277.

C. D. U. 697.1

Principles of domestic heating — *A. C. Hazell.*
Building Materials, 7-956, vol. 16, n.° 7, pág. 309.

C. D. U. 725 : 624.94.014.27

Un essai d'architecture tubulaire — *Edouard Albert.*
Acier Stahl Steel, 6-956, vol. 21, n.° 6, pág. 241-245.

C. D. U. 725.22 : 624.92

Groupe d'immeubles H. L. M. á ossature mêtallique á Rueil — *Pierre Sonrel* e *Jean Duthilleul.*
Acier Stahl Steel, 7 e 8-956, vol. 21, n.° 7-8, pág. 317-320.

C. D. U. 725.35/.36

Armazéns e Silos — *Ildeu Ramos de Lima.*
Revista do Clube de Engenharia, 6-956, n.° 238, pág. 28-33.

C. D. U. 725.35

Lonja de pescado, Ancona.
Informes de la Construcción, 8-9-950, vol. 9, n.° 83.

C. D. U. 725.36 : 624.042.3

Sobre presion de vaciado en los silos — *Marcel Reimbert.*
Informes de la Construcción, 2-956, n.° 78.

C. D. U. 725.38

Garage en Essex — *York, Rosemberg, Macdall.*
Informes de Construction, 3-956, vol. 8, n.° 79.

C. D. U. 725.38

Chicago parking garage — *C. A. Metz.*
Iuformes de Construction, 3-956, vol. 8, n.° 79.

C. D. U. 725.5.011

Conjunto Hospital Oswaldo Cruz — *Benjamin de A. Carvalho.*
Revista Municipal de Engenharia, 1-3, 1955, vol. 22, n.° 1, pág. 2-14.

C. D. U. 725.36.002.22

Silos prefabricados de hormigon armado y metalico — *Marcel y Andre Reinsbert.*
Informes de Construction, 3-956, n.° 79.

C. D. U. 725.36 : 624.913.012.4

Garage, en Londres — *Adre Button y Thomas Bilbrw.*
Informes de Construction, 3-956, n.° 79.

C. D. U. 725.71

Comedores de una fábrica.
Informes de Construction, 3-956, vol. 8, n.° 79.

C. D. U. 725.72

Bar, en Sevilla — *A. de La Peña Neila.*
Informes de la Construcción, 10-956, vol. 9, n.° 84.

C. D. U. 725.74

Piscina cubierta, en Wiesbaden.
Informes de la Construcción, 8-9-956, vol. 9, n.° 83.

C. D. U. 725.8

Parque desportivo en Puerta de Hierro — *Muñoz Monasterio.*
Informes de la Construcción, 8-9-956, vol. 9. n.° 83.

C. D. U. 725.82

Sala de fiestas jacaranda.
Informes de Construccion, 4-956, vol. 8, n.° 80.

C. D. U. 726.4

Capilla de Nuestra Señora de Ronchamp — *Le Corbusier.*
Informes de la Construction, 4-956, n.° 80.

C. D. U. 727.3 (82)

La Ciudad Universitaria «Eva Peron».
Técnica e Arte, 10-956, vol. 1, n.° 1, pág. 4-16.

C. D. U. 729.3.002.22

Sistema de prefabricacion en Francia — *H. Edovard Fougea.*
Informes de Construction, 3-956, n.° 79.

C. D. U. 729.34

Cúpula en Madrid — *Luis de la Peña.*
Informes de la Construcción, 10-956, vol. 9, n.° 84.

C. D. U. 92 Irène Curie

Irène Joliot Curie — *Maria do Carmo Anta.*
Ciência-AEFCL, 5-956, vol. 6, n.° 14, pág. 47-53.

Não admira que o ferro fundido "G.E." (grafite esferoidal) seja hoje tão empregado em construções mecânicas, no fabrico de peças submetidas a grandes esforços ou pressões, trabalhando nas mais severas condições de serviço. O ferro fundido "G.E." tem características mecânicas muito superiores ao ferro fundido normal e além disso *é ductil*. Possui o ferro fundido "G.E.", por outro lado, a boa resistência à corrosão do ferro fundido normal. Se aliada a estas qualidades acrescentamos a de poder ser facilmente soldado e trabalhado à máquina, compreenderemos por que razões o ferro fundido "G.E." é escolhido e preferido pelos engenheiros de muitas indústrias—construções mecânicas ou navais—de material para caminhos de ferro ou para transportes rodoviários — minas — etc. As suas inúmeras aplicações explicam o desenvolvimento extraordinário do seu fabrico, nos países técnica e industrialmente mais avançados.

O ferro fundido "G.E." (ferro com grafite esferoidal) é fabricado sob licença e ao abrigo de patentes registadas em nome de The Mond Nickel Company Ltd.

Em Portugal está licenciada para a produção de ferro fundido "G.E." a firma:

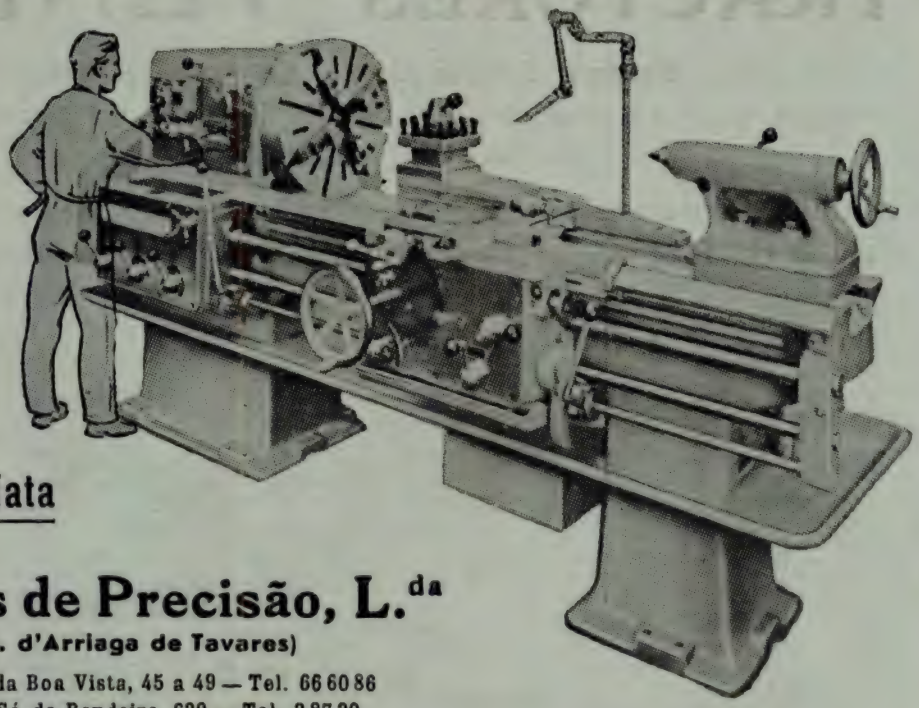
Alfredo Alves & Cª (Filhos), Venda Nova e Lisboa.

MOND NICKEL

THE MOND NICKEL COMPANY LIMITED THAMES HOUSE MILLBANK LONDON SW1

MÁQUINAS FERRAMENTAS DE QUALIDADE

Tornos Paralelos
Limadores
Engenhos Radiais
Máquinas de Rectificar
Tornos Revólver
Frezas
Escateladores
Plainas
Mandriladoras



Entrega imediata

Máquinas de Precisão, L.da

(Eng.º J. d'Arriaga de Tavares)

LISBOA: Rua da Boa Vista, 45 a 49 — Tel. 66 60 86
PORTO: Rua Sá da Bandeira, 629 — Tel. 2 87 20
LUANDA: R. Pereira Forjaz, 79 — Caixa Postal 304

F. KÜPPERSBUSCH & SÖHNE

FORNECEDORES DA COZINHA DO HOSPITAL ESCOLAR DE LISBOA

FOGÕES INDUSTRIAIS

REPRESENTANTES

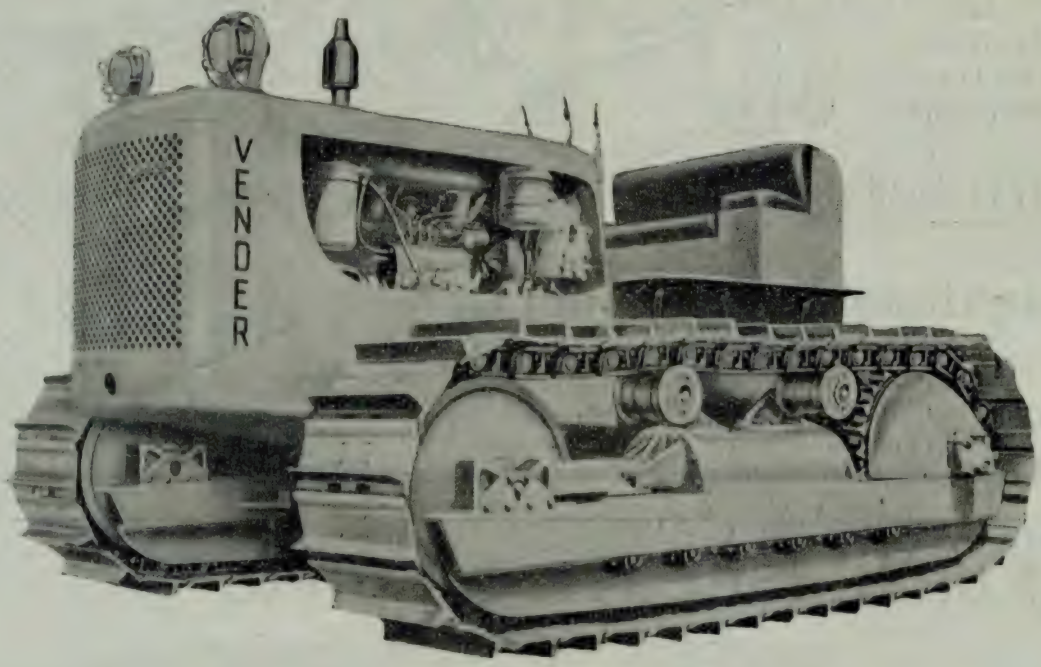
AZEVEDO & PESSI, L.DA

Rua Nova do Almada, 46 — LISBOA — Telefs. 2 0354 - 2 4495 - 2 9879

TRACTORES VENDER

Modelo «**Super Champion**» de rasto contínuo equipado com motor Diesel de 100 H. P. próprio para trabalhos de movimentação de terras.

Modelo «**Conqueror**» de rasto contínuo equipado com motor Diesel de 180 H. P. próprio para trabalhos de movimentação de terras.



TRACTORES FIAT

DE RASTO CONTÍNUO

25 C — Motor Diesel 27 H. P.

OM 35/40 C — Motor Diesel de 37 H. P.

60 CI — Motor Diesel de 60 H. P. modelo próprio para movimentação de terras.

DE RODAS

25 R — Motor Diesel 27 H. P.

OM 35/40 R — Motor Diesel 37 H. P.

55 R — Motor Diesel 55 H. P.

DISTRIBUIDORES EXCLUSIVOS

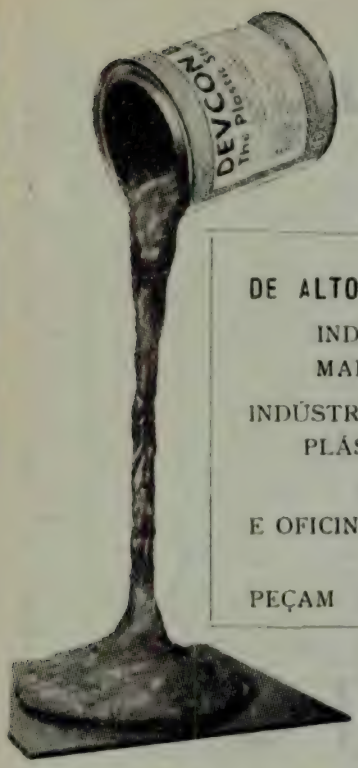
MONTEIRO GOMES, LIMITADA

RUA CASCAIS, 47 — LISBOA

Telefs. 63 70 83/4/5

BEJA — ÉVORA — PORTO — SANTARÉM — VILA FRANCA DE XIRA — LUANDA (ANGOLA)

LOURENÇO MARQUES (MOÇAMBIQUE)



DEVCON

O AÇO PLÁSTICO

80 % DE AÇO
20 % DE PLÁSTICO

DE ALTO INTERESSE PARA:

INDÚSTRIAS QUÍMICAS, MARINHA, MINAS

INDÚSTRIAS DE BORRACHA, PLÁSTICO E PAPEL

FUNDIÇÕES E OFICINAS DE REPARAÇÕES

PEÇAM UM FOLHETO AOS DISTRIBUIDORES EM PORTUGAL E ULTRAMAR

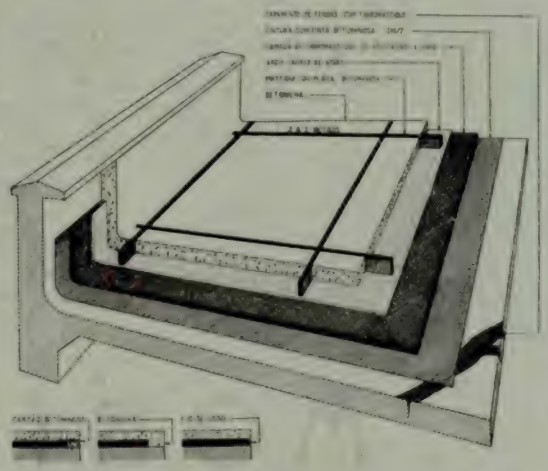
AGÊNCIA COMERCIAL, LDA.

Rua da Boa Vista, 76, 1.º
Telef. 34759 — LISBOA

R. Passos Manuel, 14, sala 19
Telef. 30891 — PORTO

TODOS OS MATERIAIS PARA
IMPERMEABILIZAÇÃO
PRODUZIDOS PELO MESMO
FABRICANTE

Placas Betuminosas, Fibromastiques, Tintas Betuminosas, Mastiques, Emulsões, Colas, Cartões Betuminosos e Papéis Asfaltados



GUEDES & SANTOS SILVA, LDA.

R. de Pedrouços, 49 ● Tel. 61 13 16 ● LISBOA

SONDAGENS RÓDIO, L.DA
LISBOA
RUA S. MAMEDE AO CALDAS, 22, 3.º
Telefones: 2 8685 - 2 6865 ✦ Telegramas: SETANSOL

SONDAGENS GEOLÓGICAS
ESTUDOS GEOTÉCNICOS
ESTACAS GUNITA
CAPTAÇÃO DE ÁGUAS
CONGELAÇÃO DO TERRENO
IMPERMEABILIZAÇÃO DE OBRAS HIDRÁULICAS
CONSOLIDAÇÃO DE FUNDAÇÕES
ABAIXAMENTO DO LENÇOL DE ÁGUA

—//—

Sócio gerente: **Walter Weyermann**-Eng. civil

- SISTEMAS TELEFÓNICOS DE TODOS OS TIPOS
- SISTEMAS DE SINALIZAÇÃO
- SISTEMAS DE SONORIZAÇÃO
- APARELHAGEM DE MEDIDA E ENSAIO
- CONTADORES ELÉCTRICOS
- CABOS E APARELHAGEM TELEFÓNICA E ELÉCTRICA

PROJECTOS
MONTAGENS
REPARAÇÕES
ASSISTÊNCIA TÉCNICA

Sociedade Ericsson de Portugal, L.da

R. Filipe Folque, 7, 1.º Tel. (P P C 2 linhas) 57193

Fábrica Portugal

S. A. R. L.

LISBOA

MOBILIÁRIO METÁLICO

EM TODOS OS GÉNEROS

Instalações completas para :

Mobiliário moderno
para

ESCRITÓRIOS
ESCOLAS
BIBLIOTECAS

CLÍNICAS
HOSPITAIS
SANATÓRIOS
CINEMAS
HOTÉIS
ESPLANADAS

SALAS DE EXPOSIÇÕES :

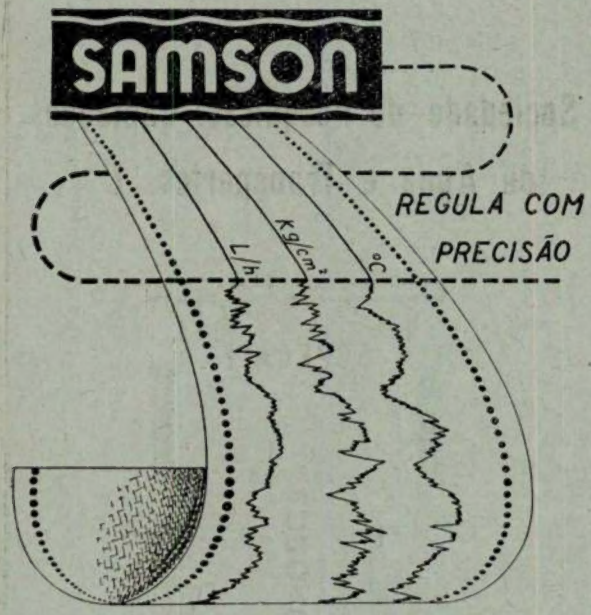
Rua Febo Moniz, 2 a 20 — Praça dos Restauradores, 49 a 57
Avenidas da República e Elias Garcia — Rua da Graça, 82 e 84

Para impermeabilizar terraços, paredes, fundações, etc.

COLAGEM DE TACOS DE MADEIRA

FABRICA EM SACAVÉM

TELEFONES { 4 2651 / 4 2156 TELEG. EPALDA—LISBOA



TEMPERATURA, PRESSÃO E DÉBITOS
PARA VAPOR, ÁGUA, AR, ÓLEO E OUTROS FLUIDOS
BOUHON & IRMÃO, LTD.
EM LISBOA: Av. Júlio Diniz, 26, r/c Esq.
Telef.: 77 36 03, 77 86 85
NO PORTO: Rua Antero do Quental, 615
Telef. 4 0118 — 4 0119

MATERIAL ELÉCTRICO
para instalações de alta e baixa tensão

ESPECIALIDADES GARDY:

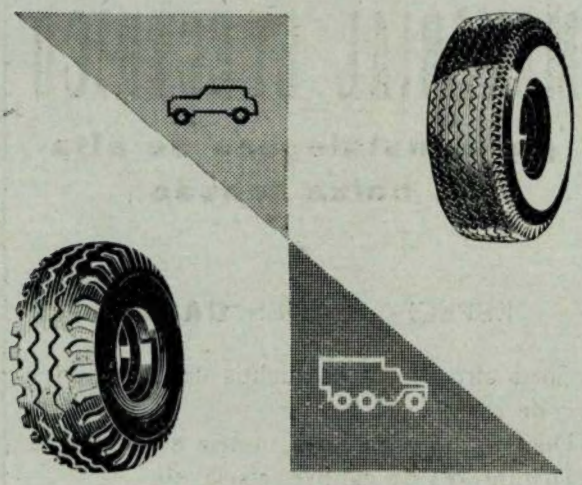
Corta-circuitos e cartuchos de alto poder de corte
Disjuntores para força motriz e iluminação
Disjuntores de calibres variáveis
Disjuntores MINIHUILLE, até 35 kV
Dispositivos de corte em carga para seccionadores, etc.

REPRESENTANTE:
ANTÓNIO BARÓ
Rua da Assunção, 99-2.º-Dt.º
LISBOA

OFICINAS E LABORATÓRIOS
DO
INSTITUTO SUPERIOR TECNICO

As oficinas pedagógicas do Instituto Superior Técnico, de CARPINTARIA DE MOLDE, de INSTRUMENTOS DE PRECISÃO e de ELECTROTÉCNICA, fornecem todo o género de material escolar e de demonstração para o ensino técnico. Nos laboratórios de QUÍMICA ANALÍTICA, FÍSICA INDUSTRIAL E DE MINERALOGIA executam-se análises para o público

Para quaisquer informações, dirigir-se ao secretário da comissão executiva



TANTO PARA AUTOMOVEIS
COMO PARA CAMIÕES
escolha sempre

MABOR

POSTOS DE ASSISTÊNCIA TÉCNICA GRATUITA
LISBOA • PORTO • COIMBRA • AVEIRO • BEJA • BRAGA
CASTELO BRANCO • COVILHÃ • FARO • SANTARÉM • VILA REAL • VISEU

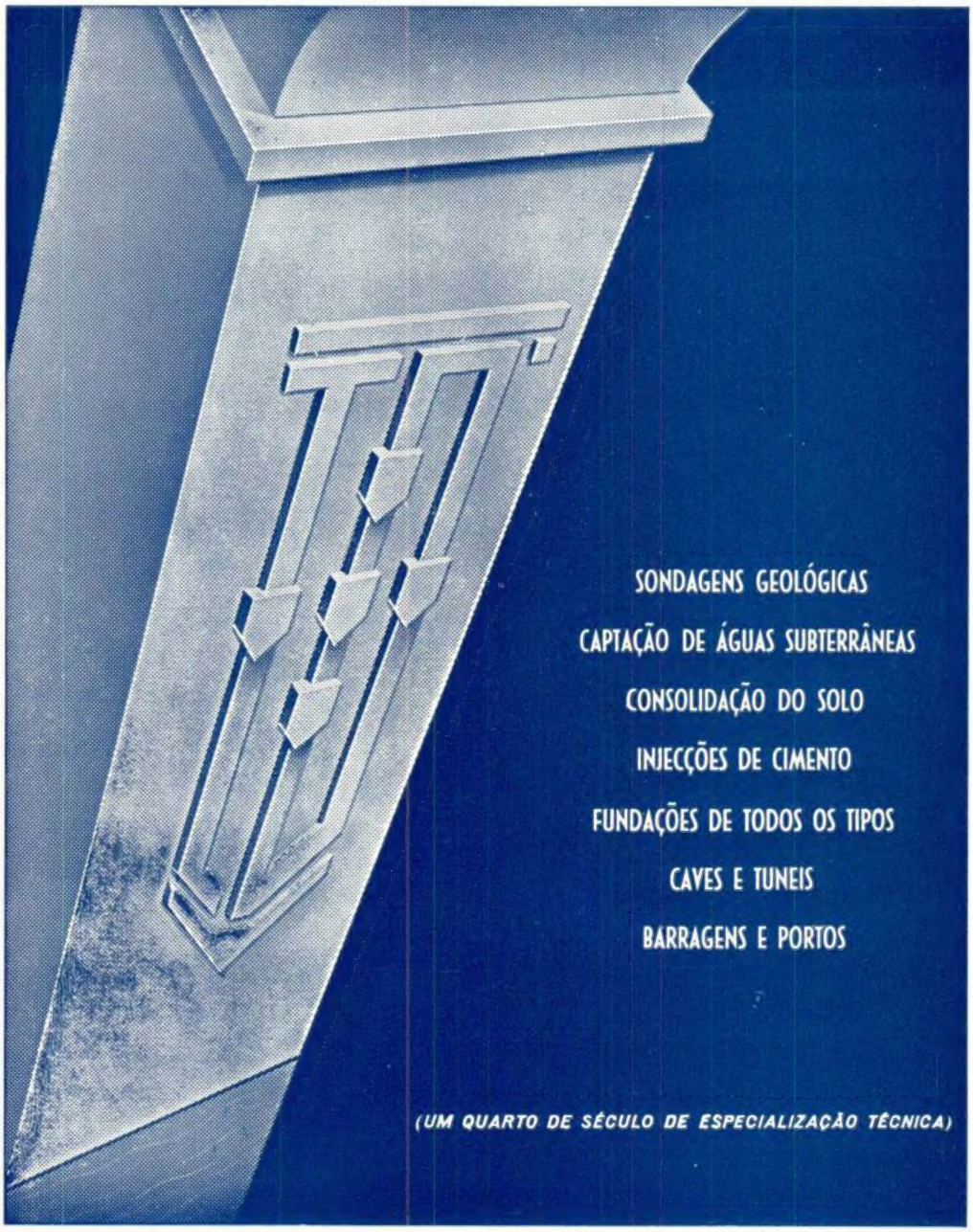
Sociedade de Pesquisas, Captações de Água e Transportes, L.da

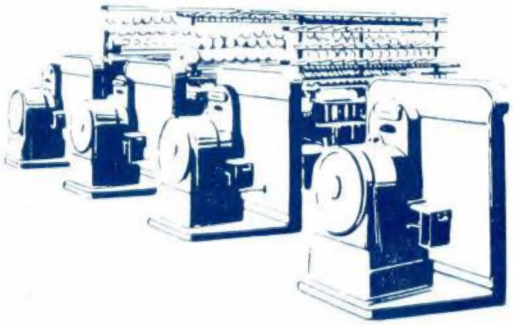
Empresa de Sondagens e Fundações

TEIXEIRA DUARTE, L.DA

PR. DA FIGUEIRA, 18. 3.°
TELEF. 3 2774

LISBOA





Soc. de Elect. BROWN BOVERI, LDA

Rua de Sá da Bandeira, 481-2.º
(Palácio do Comércio)

Telefone 23411

PORTO

Fornece as afamadas máquinas e aparelhos de construção suíça

BROWN BOVERI

Comandos eléctricos especiais para as indústrias de fiação e tecelagem.

Comandos eléctricos para as tinturarias e estamparias.

Comandos eléctricos para as fábricas de acabamentos.

Electrificação de fábricas de moagem, de cimento, de sabão, de cerveja, de produtos químicos, de adubos, etc., etc.

— Soldadura eléctrica —

Instalação de emissoras de rádiodifusão.

Válvulas electrónicas avulsas para aparelhos industriais ou de medicina, sempre em armazém no Porto.

— CENTRAIS ELÉCTRICAS —

BROWN BOVERI